



AB-3197
Third Year B. Sc. (Statistics) (Sem. V)
Examination
March/April – 2014
Paper - 501 : Mathematical Statistics - I

Time : 2 Hours]

[Total Marks : 50

સૂચના :

(૧)

<p>નીચે દર્શાવેલ નિશાનીવાળી વિગતો ઉત્તરવહી પર અવશ્ય લખવી. Fillup strictly the details of signs on your answer book.</p> <p>Name of the Examination : Third Year B. Sc. (Statistics) (Sem. V)</p> <p>Name of the Subject : Paper - 501 : Mathematical Statistics - I</p> <p>Subject Code No. : 3 1 9 7 Section No. (1, 2,.....): Nil</p>	<p>Seat No. : <input type="text"/><input type="text"/><input type="text"/><input type="text"/><input type="text"/><input type="text"/></p> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 15px; padding: 10px; text-align: center; width: 100%;">Student's Signature</div>
---	---

- (૨) બધા જ પ્રશ્નો ફરજિયાત છે.
(૩) જમણી બાજુના અંક પ્રશ્નના પૂરા ગુણ દર્શાવે છે.
(૪) સાંખ્યકીય અને લઘુગણકીય કોષ્ટકો વિનંતીથી આપવામાં આવશે.
(૫) પ્રોગ્રામરહિત સાયન્ટિફિક કેલક્યુલેટરનો ઉપયોગ થઈ શકે છે.

૧ નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપો :

(અ) જો $E(x) = 1, V(x) = 1$ તો ચેબીશેવ્લ અસમતાનો ઉપયોગ કરી

$P[|x-1| < 2]$ નિમ્ન સીમાની કિંમત શોધો.

(બ) સાબિત કરો : $\phi_x(0) = 1$.

(ક) યદ્યચ્છ ચલ x માટે $\mu'_r = r!$ નું લાક્ષણિક વિધેય શું ?

(ડ) કેન્દ્રિય લક્ષ પ્રમેયનું વ્યાપક કથન આપો.

૨ (અ) ચેબીશેવ્લ અસમતાનું કથન કરો અને તેની સાબિતી આપો. તેની ઉપલી અને નીચલી સીમા માટેના સૂત્રો મેળવો.

(બ) ધારો કે $\{X_k\}$ એ સ્વતંત્ર નિરપેક્ષ ચલની શ્રેણી છે. જ્યાં $k = 1, 2, \dots, n$

તેનું પરિણામ નીચે મુજબ વ્યાખ્યાયિત છે $P\{X_k = \pm 2^k\} = \frac{1}{2}$ તો એ માટે

મહાસંખ્યાનો હળવો નિયમ ચકાસો.

અથવા

- ૨ (અ) મહાસંખ્યાના હળવા નિયમનું કથન કરો અને સાબિતી આપો. ૮
 (બ) જો યદ્યચ્છ ચલ x નું સંભાવના ઘટત્વ વિધેય ૭

$$f(x) = e^{-x}; 0 < x < \infty$$

$$= 0; \text{ અન્યત્ર}$$

હોય તો નિમ્ન કક્ષા $P[-1 \leq x \leq 3]$ માટે ચેબીશેલ્ક અસમતાનો ઉપયોગ કરી શોધો તથા તેને સંભાવનાની ખરેખરી કિંમત સાથે સરખાવો.

- ૩ (અ) લાક્ષણિક વિધેયના પ્રતિપન પ્રમેયનું કથન લખો અને તેની સાબિતી આપો. ૮
 (બ) જો યદ્યચ્છ ચલ x નું $\phi_x(t) = \frac{\sin t}{t}$ હોય તો x નું સંભાવના ઘટત્વ ૭
 વિધેય મેળવો.

અથવા

- ૩ (અ) કેન્દ્રીય લક્ષ પ્રમેય માટે લિન્ડબર્ગ લેવીનું કથન કરો અને સાબિતી મેળવો. ૮
 (બ) યદ્યચ્છ નિદર્શના કદ 75ના વિતરણમાં \bar{x} એ મધ્યક છે અને સંભાવના ૭
 ઘટત્વ વિધેય $f(x) = 1; 0 < x < 1$ હોય, તો $P[0.45 < \bar{x} < 0.55]$ ની અંદાજિત કિંમત મેળવો.

- ૪ નીચેનામાંથી ત્રણ પ્રશ્નોના જવાબ આપો : ૧૨
 (૧) પોયસન વિતરણનું લાક્ષણિક વિધેય મેળવો.
 (૨) જો k ની કિંમત $P[|x - 5| < k] = 0.99$ પરથી મેળવો.
 (૩) જો $y \sim b(400, \frac{1}{5})$ તો $P[0.25 < \frac{y}{n}]$ ની અંદાજિત કિંમત મેળવો.
 (૪) લાક્ષણિક વિધેયના ગુણધર્મો લખો.

ENGLISH VERSION

- Instructions :**
- (1) As per the Instruction No. 1 of Page No. 1.
 - (2) All the questions are compulsory.
 - (3) Figures to the right indicate full marks of the question.
 - (4) Statistical and logarithmic tables are provided on request.
 - (5) Non-programmable scientific calculator can used.

1 Answer the following questions : **8**

- (a) If $E(x) = 1$, $V(x) = 1$ then find the lower boundary value of $P[|x-1| < 2]$ by using Chebyshev's inequality.
- (b) Prove that $\phi_x(0) = 1$
- (c) For r.v. x $\mu'_r = r!$, then what is C. F. of it ?
- (d) State the generalised central limit theorem.

2 (a) State and prove Chebyshev's inequality and also **8**
derive equations for lower and upper boundaries from it.

(b) Suppose $\{X_k\}$ be sequence of independent variable **7**

where $k = 1, 2, \dots, n$ the results are defined as $P\{X_k = \pm 2^k\} = \frac{1}{2}$

check the weak law of large numbers.

OR

2 (a) State and prove weak law of large numbers. **8**

(b) If the p. d. f. of r. v. x is **7**

$$f(x) = e^{-x}; \quad 0 < x < \infty$$

$$= 0; \quad \text{e.w.}$$

then find lower boundary of $P[-1 \leq x \leq 3]$ by using Chebyshev's inequality and compare it with actual value of the probability.

3 (a) State and prove inversion theorem of characteristic function. 8

(b) If the *r. v.* x has $\phi_x(t) = \frac{\sin t}{t}$ then find *p.d.f.* of x . 7

OR

3 (a) State Lindberg Levi's form of central limit theorem and prove it. 8

(b) The mean \bar{x} of the random sample of size 75 of the distribution has *p.d.f.* $f(x) = 1; 0 < x < 1$ then find approximate value of $P[0.45 < \bar{x} < 0.55]$. 7

4 Answer any three of the following questions : 12

(1) Derive C.F. of Poisson distribution.

(2) Find value of k from $P[|x - 5| < k] = 0.99$.

(3) If $y \sim b(400, \frac{1}{5})$ then find approximate value of $P[0.25 < \frac{y}{n}]$.

(4) Write characteristics of characteristic function.