



AB-3198
Third Year B. Sc. (Statistics) (Sem. V)
Examination
March/April – 2015
Paper - 502 : Mathematical Statistics - II

Time : 2 Hours]

[Total Marks : 50

સૂચના :

(૧)

<p>નીચે દર્શાવેલ નિશાનીવાળી વિગતો ઉત્તરવહી પર અવશ્ય લખવી. Fillup strictly the details of signs on your answer book.</p> <p>Name of the Examination : Third Year B. Sc. (Statistics) (Sem. V)</p> <p>Name of the Subject : Paper - 502 : Mathematical Statistics - II</p> <p>Subject Code No. : 3 1 9 8 Section No. (1, 2,.....): Nil</p>	<p>Seat No. : <input type="text"/><input type="text"/><input type="text"/><input type="text"/><input type="text"/><input type="text"/></p> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 15px; height: 60px; display: flex; align-items: center; justify-content: center; margin-top: 10px;">Student's Signature</div>
--	--

- (૨) બધા જ પ્રશ્નો ફરજિયાત છે.
- (૩) જમણી બાજુના અંક પ્રશ્નના પૂરા ગુણ દર્શાવે છે.
- (૪) આંકડાકીય અને લઘુગણકીય કોષ્ટકો વિનંતીથી આપવામાં આવશે.
- (૫) પ્રોગ્રામરહિત સાયન્ટિફિક કેલક્યુલેટર વાપરી શકે છે.

- ૧ નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપો : ૮
- (અ) કોશી વિતરણના ગુણધર્મો જણાવો.
- (બ) પ્રચલિત સંકેતોમાં જો $x \sim N(0, \sigma^2)$ હોય, તો $U = e^x$ નું સંભાવના ઘટત્વ વિધેય મેળવો.
- (ક) ત્રિપદિક વિતરણ માટે $E(x_i); i = 1, 2, 3$ મેળવો.
- (ડ) ક્રમિક વિતરણની વ્યાખ્યા આપો.
- ૨ (અ) ડબલ ઘાતાંકીય વિતરણની વ્યાખ્યા આપો. તેના મધ્યક, વિચરણ અને લાક્ષણિક વિધેય મેળવો. ૯
- (બ) કોશી વિતરણની વ્યાખ્યા આપી, તેનું લાક્ષણિક વિધેય મેળવો. ૬

અથવા

- ૨ (અ) લોગ પ્રમાણ્ય વિતરણને વ્યાખ્યાયિત કરી, તેનું r^{th} અકેન્દ્રિય પ્રઘાતો મેળવી, તેના મધ્યક, વિચરણ અને ચલનાંક શોધો. ૯
- (બ) જો x_1 અને x_2 સ્વતંત્ર લોગ પ્રમાણ્ય ચલો છે, તો સાબિત કરો કે, ૬
- (i) $x_1 \cdot x_2$ એ લોગ પ્રમાણ્ય ચલ છે.
- (ii) $\frac{x_1}{x_2}$ એ લોગ પ્રમાણ્ય ચલ છે.

- ૩ (અ) ક્રમિક અવલોકનોનું સંયુક્ત ઘટત્વ વિધેય જણાવો તથા મહત્તમ અવલોકન $x_{(n)}$ નું વિતરણ મેળવો. ૯
- (બ) દ્વિચલ પ્રમાણ્ય વિતરણ માટે x નું સીમાવર્તી વિધેય અને y નું સીમાવર્તી વિધેય મેળવો. ૬

અથવા

- ૩ (અ) યદૃચ્છ ચલ x અને y નું સંભાવના ઘટત્વ વિધેય ૯

$$f(x, y) = k \cdot e^{-\frac{1}{2(1-\rho^2)}(x^2 - 2\rho xy + y^2)} \quad -\infty < x, y < \infty$$

હોય, તો (i) અચળાંક k શોધો

(ii) $x + y$ અને $x - y$ સ્વતંત્ર છે એમ બતાવો.

- (બ) ક્રમિક વિધેય માટે વિસ્તારનું વિતરણ મેળવો. ૬

- ૪ નીચેના કોઈ પણ ત્રણ પ્રશ્નોના જવાબ આપો : ૧૨

(૧) કોશી વિતરણના ચતુર્થકો મેળવો.

(૨) લોગ પ્રમાણ્ય વિતરણ $f(x) = \frac{1}{x \cdot \sqrt{2r} \cdot \sigma} \cdot e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{\log_e x - \mu}{\sigma} \right)^2}$ $0 < x < \infty$
 $\sigma > 0$

હોય તો બહુલક શોધો.

(૩) જો x અને y બે દ્વિચલ પ્રમાણ્ય વિતરણનાં ચલો હોય, તેમના પ્રચલો $\mu_1 = 3$, $\mu_2 = 1$,

$\sigma_1^2 = 16$, $\sigma_2^2 = 25$ અને $\rho = \frac{3}{5}$ તો $P[3 < y < 8 | x = 7]$ શોધો.

(૪) જો $x \sim N(0, \sigma^2)$ તો સંભાવના ઘટત્વ વિધેય $U = e^x$ નો બહુલક શોધો.

ENGLISH VERSION

- Instructions :**
- (1) As per the Instruction No. 1 of Page No. 1.
 - (2) All the questions are compulsory.
 - (3) Figures to the right indicate marks of the question.
 - (4) Statistical and logarithmic tables are provided on request.
 - (5) Non-programmable scientific calculator can be used.

- 1** Answer the following questions : **8**
- (a) State characteristics of Cauchy distribution.
 - (b) In usual notations $x \sim N(\theta, \sigma^2)$ then find p.d.f. of $U = e^x$.
 - (c) For trinomial distribution find $E(x_i)$; $i = 1, 2, 3$.
 - (d) Define order statistics.
- 2** (A) Define double exponential distribution and find its mean, variance and characteristic function. **9**
- (B) Define Cauchy distribution and find its characteristic function. **6**

OR

- 2** (A) Define Log-normal distribution, Derive its r^{th} raw moment and hence find its mean, variance and coefficient of variation. **9**
- (B) If x_1 and x_2 are independent log-normal variates then prove that **6**
- (i) $x_1 \cdot x_2$ is log-normal variate.
 - (ii) $\frac{x_1}{x_2}$ is log-normal variate.

3 (A) State joint distribution of order statistics and derive distribution of maximum observations $x_{(n)}$. 9

(B) For bivariate normal distribution obtain marginal distributions of x and y . 6

OR

3 (A) The p.d.f. of r.v. x and y is 9

$$f(x, y) = k \cdot e^{-\frac{1}{2(1-\rho^2)}(x^2 - 2\rho xy + y^2)} \quad -\infty < x, y < \infty$$

then find (i) constant k

(ii) show that $x + y$ and $x - y$ are independent.

(B) Derive distribution of sample range for order statistics. 6

4 Answer any three of the following : 12

(1) Find quartiles of Cauchy distribution.

(2) For following log-normal distribution find mode.

$$f(x) = \frac{1}{x \cdot \sqrt{2r} \cdot \sigma} \cdot e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{\log_e x - \mu}{\sigma} \right)^2} \quad \begin{matrix} 0 < x < \infty \\ \sigma > 0 \end{matrix}$$

(3) If x and y are bivariate normal variates with parameters.

$\mu_1 = 3, \mu_2 = 1, \sigma_1^2 = 16, \sigma_2^2 = 25$ and $\rho = \frac{3}{5}$ then find

$$P[3 < y < 8 | x = 7].$$

(4) If $x \sim N(0, \sigma^2)$ then find mode of the p.d.f. $U = e^x$.