AB-3199

AB-3199

Third Year B. Sc. (Statistics) (Sem. V) Examination

March/April – 2015

Paper-503 : Statistical Inference - I

Time : **2** Hours] [Total Marks : **50**

સૂચના :

(1)

નીચે દર્શાવેલ ☛ નિશાનીવાળી વિગતો ઉત્તરવહી પર અવશ્ય લખવી.
Fillup strictly the details of ☛ signs on your answer book.

Name of the Examination :

☛ **THIRD YEAR B. SC. (STATISTICS) (SEM. V)**

Name of the Subject :

☛ **PAPER-503 : STATISTICAL INFERENCE - I**

☛ Subject Code No. : **3 1 9 9** ☛ Section No. (1, 2,.....) : **Nil**

Seat No. :

Student's Signature

(2) બધા જ પ્રશ્નો ફરજિયાત છે.

(3) લઘુગણકીય કોષ્ટક અને આંકડાકીય કોષ્ટક વિનંતીથી આપવામાં આવશે.

(4) જમણી બાજુ આપેલા અંક પ્રશ્નના પૂરા ગુણ દર્શાવે છે.

(5) પ્રોગ્રામરહિત સાયન્ટિફીક કેલ્ક્યુલેટરનો ઉપયોગ કરી શકાશે.

1 નીચેના પ્રશ્નોના ઉત્તર આપો : **8**

(1) સમજાવો : અનભિનત આગણનકાર અને લઘુતમ વિચરણ અનભિનત આગણનકાર.

(2) યદચ્છ ચલ X નું સંભાવના ઘટત્વ વિધેય

$$f(x,\theta) = \frac{1}{\theta}, \qquad 0 < x < \theta, \theta > 0$$

$$= 0 \qquad e.w.$$

જો T=CX એ θ નો અનભિનત આગણનકાર હોય તો અચળાંક C ની કિંમત શોધો.

(3) નીચેના વિતરણ માટે પ્રચલ θ નો પર્યાપ્ત અવલોકન વિધેય મેળવો.

$$f(x) = \theta x^{\theta-1}, \qquad 0 < x < 1, \theta > 0$$
$$= 0 \qquad e.w.$$

(4) વ્યાખ્યા આપો : નિર્ણય વિધેય અને નિર્ણય વિધેયોનો સંપૂર્ણ વર્ગ.

2 (અ) કોઈપણ એક પ્રશ્નનો ઉત્તર આપો : 5

(i) પ્રચલિત સંકેતમાં રાવ બ્લેક વેલ પ્રમેય લખો અને સાબિત કરો.

(ii) બતાવો કે પરિકલ્પના પરીક્ષણનો પ્રશ્ન નિર્ણય સિદ્ધાંતનો વિશિષ્ટ પ્રકાર છે.

(બ) કોઈપણ બેના જવાબ આપો : 10

(i) પ્રચલ θ નું આગણન કરવા માટે

$$f(x,\theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}(x-\theta)^2}, \qquad -\infty < x < \infty$$
$$= 0 \qquad e.w.$$

માંથી એક અવલોકન x લેવામાં આવ્યું. જો નિર્ણય વિધેય $d(x) = 2x$ હોય અને નુકસાન વિધેય $(p-d)^2$ માટે જોખમની ગણતરી કરો.

(ii) જો $X_1, X_2, \ldots\ldots, X_n$ યદચ્છ નિદર્શ $N(\mu, \sigma^2)$ માંથી લેવામાં આવ્યો હોય અને જ્યાં μ જાણીતો હોય, જો મધ્યક સાપેક્ષ સરેરાશ વિચલન

$T = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} |x_i - \mu|$ હોય તો $\sqrt{\frac{\pi}{2}}\, T$ એ σ નો અનભિનત આગણનકાર છે.

(iii) પરિમિત મધ્યક અને પરિમિત વિચરણવાળા વિતરણ માટે નિદર્શ મધ્યક એ સમષ્ટિ વિચરણનો અનભિનત આગણક છે એમ દર્શાવો.

3 (અ) કોઈપણ **એક** પ્રશ્નનો ઉત્તર આપો. **5**

(i) પર્યાપ્ત આગણનકાર માટેનું અવયવ પ્રમેય લખો અને સાબિત કરો.

(ii) પ્રચલિત સંકેત માં સાબિત કરો કે જો પ્રચલ θ માટે ન્યૂનતમ અનભિનત વિચરણ આગણનકાર અસ્તિત્વ ધરાવતો હોય તો તે લગભગ એક અને માત્ર એક જ હોય છે.

(બ) કોઈપણ **બે** પ્રશ્નોના ઉત્તર આપો. **10**

(i) જો $X_1, X_2, \ldots, X_n$ યદચ્છ નિદર્શ પોયસન વિતરણ કે જેનો પ્રચલ θ હોય તેમાંથી લેવામાં આવ્યો હોય તો જો અસ્તિત્વ ધરાવતો હોય તો θ નો લઘુતમ વિચરણ બધ્ધ અનભિનત આગણનકાર મેળવો.

(ii) નીચેના પદોની વ્યાખ્યા લખો.

(i) સંગત આગણનકાર

(ii) પર્યાપ્ત અવલોકન વિધેય

(iii) સાર્મથ્ય આગણનકાર

(iii) નીચેના આવૃત્તિ વિતરણો માટે પર્યાપ્ત વિધેયો મેળવો.

(i) $f\,(x, p) = \frac{1}{\Gamma\theta} e^{-x} x^{\theta-1} \qquad 0 < x < \infty, \theta > 0$

(ii) $f\,(x, p, q) = \frac{1}{\sqrt{2\Pi}} e^{-\frac{1}{2}(x-\theta)^2} \qquad -\infty < x < \infty, -\infty < \theta < \infty$

4 કોઈપણ **બે** પ્રશ્નોના ઉત્તર આપો. **12**

(i) આગણનના સિદ્ધાંતમાં વપરાતી સંગતતા, દક્ષતા અને પર્યાપ્તિની ગુણમાપનની કસોટીઓ યોગ્ય ઉદાહરણ આપી સમજાવો.

(ii) જરૂરી શરતો જણાવી ક્રેમર રાવ અસમતા લખો અને સાબિત કરો.

(iii) જો $E(T_n) \to \theta$ અને $V(T_n) \to 0$ હોય તો T_n એ θ નો સંગત આગણનકાર છે. એમ દર્શાવો.

ENGLISH VERSION

Instructions : (1) As per the instruction no. 1 of page no. 1.

(2) Answer the following questions.

(3) Logarithmic tables and statistical tables will be supplied on request.

(4) Figures given to the right indicate the marks of the question.

(5) Non programmable scientific calculator is allowed.

1 Answer the following questions : **8**

(1) Define : Unbiased estimator and minimum variance estimator.

(2) The p.d.f. of random variable X is.

$$f(x,\theta) = \frac{1}{\theta}, \qquad 0 < x < \theta, \theta > 0$$

$$= 0 \qquad e.w.$$

T = CX is an unbiased estimator of θ. Then find the value of constant C.

(3) Obtain the sufficient statistic for the parameter θ for the following distribution.

$$f(x) = \theta x^{\theta-1}, \qquad 0 < x < 1, \theta > 0$$

$$= 0 \qquad e.w.$$

(4) Define : Decision function and complete class of decision function.

2 (a) Answer any one : **5**

(i) In usual notations state and prove Rao Black well theorem.

(ii) Show that the problem of testing of hypothesis is a special case of decision theory.

(b) Answer any two : **10**

(i) To estimate θ a single observation x is obtained from the probability function.

$$f(x,\theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}(x-\theta)^2}, \qquad -\infty < x < \infty$$

$$= 0 \qquad e.w.$$

Calculate risk If the decision function $d(x) = 2x$ and loss function is $(p - d)^2$.

(ii) Suppose $X_1, X_2, \ldots, X_n$ is random sample taken from $N(\mu, \sigma^2)$, where μ is known. If mean deviation about mean is $T = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} |x_i - \mu|$ then prove that $\sqrt{\frac{\pi}{2}}\,T$ is an unbiased estimator of σ.

(iii) For a distribution having finite mean and finite variance, show that sample mean is an unbiased and consistent estimator of the population mean.

3 (a) Attempt any one : **5**

(i) State and prove factorization theorem for sufficient estimator.

(ii) In usual notation minimum variance unbiased estimator of θ exists then show that it is essentially unique.

(b) Attempt ant two : **10**

(i) If $X_1, X_2, \ldots, X_n$ is a random sample taken from the Poisson distribution with parameter θ then find MVBUE of θ if it exists.

(ii) Define following terms :

(i) Consistent estimator.

(ii) Sufficient estimator.

(iii) Efficient estimator.

(iii) Find sufficient statistics for the following functions :

(i) $f\ (x, p) = \dfrac{1}{\Gamma\theta} e^{-x} x^{\theta-1}$ $\qquad 0 < x < \infty,\ \theta > 0$

(ii) $f\,(x, p, q) = \dfrac{1}{\sqrt{2\Pi}} e^{-\frac{1}{2}(x-\theta)^2}$ $\qquad -\infty < x < \infty,\ -\infty < \theta < \infty$

4 Attempt any two : **12**

(i) Explain with suitable illustrations, the criteria of consistency, efficiency and sufficiency as used in the theory of estimation.

(ii) State and prove Cramer Rao inequality with regularity conditions.

(iii) If $E(T_n) \to \theta$ and $V\ (T_n) \to 0$ then prove that T_n is a consistent estimator of θ.