* A B - 3 2 0 0 *

AB-3200

Third Year B. Sc. (Statistics) (Sem. V) Examination

March/April – 2015

Paper-504 : Statistical Inference - II

Time : Hours] [Total Marks : 50

સૂચના :

(૧)

નીચે દર્શાવેલ ☛ નિશાનીવાળી વિગતો ઉત્તરવહી પર અવશ્ય લખવી.
Fillup strictly the details of ☛ signs on your answer book.

Name of the Examination :
☛ Third Year B. Sc. (Statistics) (Sem. V)

Name of the Subject :
☛ Paper-504 : Statistical Inference - II

☛ Subject Code No. : 3 2 0 0 ☛ Section No. (1, 2,.....) : Nil

Seat No. :

Student's Signature

(2) બધા જ પ્રશ્નો ફરજિયાત છે.

(3) લઘુગણકીય કોષ્ટક અને આંકડાકીય કોષ્ટક વિનંતીથી આપવામાં આવશે.

(4) જમણી બાજુ આપેલા અંક પ્રશ્નનાં પૂરા ગુણ દર્શાવે છે.

(5) પ્રોગ્રામરહિત સાયન્ટિફિક કેલ્ક્યુલેટરનો ઉપયોગ કરી શકાશે.

1 નીચેના પ્રશ્નોના ઉત્તર આપો : 8

(1) જો (3,8,7,5,2) એ સંભાવના ઘટત્વ વિધેય

$f(x,\theta) = {}^{n}C_x \theta^x (1-\theta)^x \qquad 0 < \theta < 1,$

$= 0$ *e.w.* માંથી મેળવેલ અવલોકનોનો યદૃચ્છ નિદર્શ હોય, તો θનો આગણનકાર પ્રઘાતોની રીતે મેળવો.

(2) જો (100,990,101,102,108) એ સંભાવના ઘટત્વ વિધેય

$$f(x,\theta) = \frac{1}{\theta} e^{-\frac{x}{\theta}}, x \ge 0$$

$= 0$ $e.w.$ માંથી મેળવેલ અવલોકનોનો યદચ્છ નિદર્શ હોય તો θ નો મહત્તમ વિસંભાવના આગણનકાર મેળવો.

(3) જો 20 એકમોનો યદચ્છ નિદર્શ $N(\mu,\sigma^2)$ માંથી મેળવેલ હોય અને તે $\bar{x} = 4.12, S^2 = 4.00$ પ્રાપ્ત કરતો હોય તો સમષ્ટિ વિચરણ $\sigma^2 = 49$ માટેની સાર્થકતા પરીક્ષણ માટેની પીવોટલ ક્વોન્ટિટીની કિંમત મેળવો.

(4) ન્યૂનતમ મોડીફાઈડ χ^2 પદ્ધતિ પ્રચલોના આગણન શા માટે વાપરીએ છીએ તેનું કારણ આપો.

2 (અ) કોઈ પણ એક પ્રશ્નનો ઉત્તર આપો : **5**

(1) મહત્તમ વિસંભાવના આગણનકારની વ્યાખ્યા આપી તેના ગુણધર્મો જણાવો.

(2) નિદર્શ મધ્યક એ સમષ્ટિ મધ્યકનો શ્રેષ્ઠ સુરેખ અનભિનત આગણનકાર છે એમ બતાવો.

(બ) કોઈ પણ બેના જવાબ આપો : **10**

(1) જો $X_1, X_2, \ldots, X_n$ યદચ્છ નિદર્શ મધ્યક એ સંભાવના ઘટત્વ વિધેય

$f(x,\theta) = \frac{1}{\theta}$ $\quad 0 < x < \theta$ માંથી મેળવેલ હોય તો પ્રચલના આગણન માટેની પ્રઘાતોની રીત તથા મહત્તમ વિસંભાવના આગણનકાર મળેવો.

(2) 16 કદનો યદચ્છ નિદર્શ $N(\mu,\sigma^2)$ માંથી મેળવેલ હોય જ્યાં μ અને σ^2 બંને જાણીતા ન હોય તો જો નિદર્શ મધ્યક $\bar{x} = 52.5$ અને નિદર્શ વિચરણ $\sum_{t=1}^{n} \frac{(x_1 - \bar{x})^2}{n} = 2.5$ હોય તો μ અને σ^2 માટે 90% વિશ્વસનીય અંતરાલ મેળવો.

(3) જો $X_1, X_2, \ldots, X_n$ યદચ્છ નિદર્શ મધ્યક એ સંભાવના ઘટત્વ વિધેય $f(x,\theta) = \theta e^{-\theta x}$ $\quad 0 < x < \infty$ માંથી મેળવેલ હોય તો પ્રઘાતોની રીતે θ નો આગણનકાર મેળવો.

3 (અ) કોઈ પણ **એક** પ્રશ્નનો ઉત્તર આપો : **5**

(1) જો T_1 અને T_2 એ પ્રચલ θ ના અનભિનત આગણનકારો હોય અને $V(T_1) = \sigma_1^2, V(T_2) = \sigma_2^2$ અને $COV(T_1,T_2) = \rho$ હોય તો T_1 અને T_2 નું શ્રેષ્ઠ અનભિનત રૈખિક સંયોજન $l_1 T_1 + l_2 T_2$ શોધો. વળી $V(T)$ પણ મેળવો.

(2) ગુરુ નિદર્શ પર આધારિત વિશ્વસનીય અંતરાલ મેળવવાની પદ્ધતિ વર્ણવો.

(બ) કોઈ પણ **બે** પ્રશ્નોના ઉત્તર આપો : **10**

(1) જો $X_1, X_2, \ldots, X_n$ એ $N(\theta,1)$ માંથી મેળવેલું યદચ્છ નિદર્શ છે તો દર્શાવો કે નિદર્શ મધ્યક $\bar{x}$ એ θ નો મહત્તમ વિસંભાવના આગણનકાર છે.

(2) નીચેના સંભાવના વિતરણમાંના પ્રચલ θ માટે ગુરુ નિદર્શ પર આધારિત 95% વિશ્વાસનીય અંતરાલ મેળવો :

$$f(x,\theta) = \frac{e^{-\theta}\theta^{x}}{x!} \qquad x = 0,1.........$$

$$\theta > 0$$

(3) ન્યૂનતમ વર્ગની રીતે $Y = X\beta + e$ માટે β નો આગણનકાર મેળવો. અને β નો આગણનકાર એ β નો અનભિનત આગણનકાર થાય એમ બતાવો તથા તેનું વિચરણ પણ મેળવો.

4 કોઈ પણ **બે** પ્રશ્નોના ઉત્તર આપો : **12**

(1) પ્રચલોના આગણન માટેની પ્રઘાતોની રીત વર્ણવો.

(2) બિંદુ આગણન માટેની ન્યૂનતમ χ^2 પદ્ધતિની વર્ણવો.

(3) મહત્તમ વિસંભાવના આગણનકાર મેળવવાની પદ્ધતિ વર્ણવો.

ENGLISH VERSION

Instructions : (1) Answer the following questions.

(2) Logarithmic tables and Statistical tables will be supplied on request.

(3) Figures given to the right side indicate the marks of the question.

(4) Non programmable scientific calculator is allowed.

1 Answer the following questions : **8**

(1) If (3,8,7,5,2) is a random sample drawn from a p.m.f.

$$f(x,\theta) = {}^{n}C_{x}\,\theta^{x}(1-\theta)^{x} \qquad 0 < \theta < 1,$$

$$= 0 \quad e.w.$$

then find estimator of θ by method of moment.

(2) If (100,990,101,102,108) is a random sample drawn from a p.d.f

$$f(x,\theta) = \frac{1}{e} e^{-\frac{x}{\theta}}, \; x \geq 0$$

$$= 0 \quad e.w.$$

Then find the maximum likelihood estimator of θ.

(3) If a random sample of size 20 drawn form $N(\mu, \sigma^2)$ yields $\bar{x} = 4.12, S^2 = 4.00$ then find the value of pivotal quantity for testing the population variance $\sigma^2 = 49$.

(4) Why we use modified minimum χ^2 method for estimation of the parameters.

2 (a) Answer any one : **5**

(1) Define maximum likelihood estimator. State its properties.

(2) Show that sample mean is a best linear combination of an unbiased estimator of population mean.

(b) Answer any two : **10**

(1) If $X_1, X_2, \ldots\ldots, X_n$ is a random sample from the p.d.f.

$$f(x,\theta) = \frac{1}{\theta} \qquad 0 < x < \theta$$

The find the estimator of θ by method of moment and maximum likelihood estimation procedure.

(2) A random sample of size 16 is drawn from $N(\mu, \sigma^2)$, where μ and σ^2 both are unknown and if the sample mean is $\bar{x} = 52.5$ and samples variance is $\sum_{t=1}^{n} \frac{(x_1 = \bar{x})^2}{n} = 2.5$ then find 90% confidence interval for μ and σ^2.

(3) If $X_1, X_2, \ldots, X_n$ is a random sample from the p.d.f.

$$f(x, \theta) = \theta e^{-\theta x} \qquad 0 < x < \infty$$

Then find the estimator of θ by method of moment.

3 (a) Attempt any one. **5**

(1) If T_1 and T_2 are two unbiased estimators of θ with $V(T_1) = \sigma_1^2$, $V(T_2) = \sigma_2^2$ and $COV(T_1, T_2) = \rho$ then find best linear combination of $l_1 T_1 + l_2 T_2$ and also find $V(T)$.

(2) Explain the procedure of finding confidence interval based on large sample.

(b) Attempt any two : **10**

(1) If $X_1, X_2, \ldots, X_n$ is a random sample drawn for $N(\theta, 1)$ then show that $\bar{x}$ is a maximum likelihood estimator of θ.

(2) Find 95% confidence interval of the paramenter θ of the following probability distribution.

$$f(x,\theta) = \frac{e^{-\theta}\theta^{x}}{x!} \qquad x = 0,1\ldots\ldots\ldots$$

$$\theta > 0$$

(3) Obtain extimator of β using least square method for $Y = X\beta + e$. Show that the estimator of β is an unbiased estimator of β; also find its variance.

4 Attempt any two : **12**

(1) Explain the procedure of finding estimator by method of moment.

(2) Explain the procedure of finding estimator by method of minimum χ^2.

(3) Explain the procedure of finding estimator by method of maximum likelihood estimation.