



AC-2955

First Year B. Sc. (Sem. II) Examination

March / April – 2015

Mathematics : Paper MTH-202

(Integral Calculus and Differential Equations)

Time : Hours]

[Total Marks : 70

સૂચના :

(1)

નીચે દર્શાવેલ નિશાનીવાળી વિગતો ઉત્તરવહી પર અવશ્ય લખવી.
Fillup strictly the details of signs on your answer book.

Name of the Examination :
FIRST YEAR B. SC. (SEM. II)

Name of the Subject :
MATHEMATICS : PAPER MTH-202

Subject Code No. : 2 9 5 5 Section No. (1, 2,.....): Nil

Seat No. :
[] [] [] [] [] []

Student's Signature

- (2) બધા પ્રશ્નો ફરજિયાત છે.
(3) પ્રશ્નની જમણી બાજુના અંક તેના ગુણ દર્શાવે છે.
(4) પ્રચલિત સંકેતનો ઉપયોગ કરો.

1 કોઈપણ પાંચ ગણો :

10

(1) $\int_0^{\pi/2} \sin^9 x \, dx$ મેળવો.

(2) $\int_0^1 \frac{x^8}{\sqrt{1-x^2}} \, dx$ મેળવો.

(3) $z = x^3 + 3xy^2 + 3x^2y + y^3$ તો $\frac{\partial^2 Z}{\partial y \partial x}$ મેળવો.

(4) $(x^2 - 1) \frac{dy}{dx} + 2xy = 1$ નો ઉકેલ મેળવો.

(5) $x^2 - y^2 p^2 = 0$ નો ઉકેલ મેળવો.

(6) $y - x \frac{dy}{dx} = e^{dy/dx}$ નો ઉકેલ મેળવો.

(7) $x(x^2 + y^2 - a^2) dx + y(x^2 - y^2 - b^2) dy = 0$ યથાર્થ વિકલ સમીકરણ છે તેમ દર્શાવો.

(8) $(x + 2y^3) \frac{dy}{dx} = y$ નો સંકલ્પકારક અવયવ મેળવો.

2 (અ) $\int_0^{\pi/2} \cos^n x dx$ નું લઘુકરણ સૂત્ર મેળવો. ($n \in \mathbb{N}$) 5

અથવા

(અ) $\int \sec^n x dx$ નું લઘુકરણ સૂત્ર મેળવો. ($n \in \mathbb{N}$) 5

(બ) કોઈપણ બે ગણો : 10

(1) $\int \sin^6 x dx$ મેળવો.

(2) $\int \operatorname{cosec}^5 x dx$ મેળવો.

(3) $\int \tan^6 x dx$ મેળવો.

(4) $\int_0^a x^2 (a^2 - x^2)^{9/2} dx$ મેળવો.

3 (અ) વક્ર $y = f(x)$ માટે $x = a$ થી $x = b$ વચ્ચેની ચાપની લંબાઈ 5

$\int_a^b \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} dx$ છે તેમ સાબિત કરો.

અથવા

(અ) વક્ર $y = a \cosh\left(\frac{x}{a}\right)$ નું સ્વાયત્ત સમીકરણ મેળવો. 5

(બ) કોઈપણ બે ગણો :

10

(1) વક્ર $x = a \sin^3 t, y = a \cos^3 t$ માટે $t = 0$ થી $t = \pi/2$ સુધીના વક્રની લંબાઈ શોધો.

(2) વક્ર $y = a \log \sec \frac{x}{a}$ નું સ્વાયત્ત સમીકરણ મેળવો.

(3) વક્ર $x = \frac{y^3}{3} + \frac{1}{4y}$ ની $y = 1$ થી $y = 3$ સુધીની લંબાઈ શોધો.

(4) $t = 0$ થી $t = \pi$ સુધીના વક્ર $x = 1 - \cos 2t, y = 2 \cos t$ ની લંબાઈ શોધો.

4 (અ) $Mdx + Ndy = 0$ યથાર્થ વિકલ સમીકરણ હોવાની આવશ્યક અને પર્યાપ્ત શરત લખો અને તેને ઉકેલવાની રીત લખો. 5

અથવા

(અ) $\frac{dy}{dx} + Py = Qy^n$ (જ્યાં P અને Q, x નાં વિધેયો છે) નો સામાન્ય 5

ઉકેલ મેળવો.

(બ) કોઈપણ બે ગણો :

10

(1) $(\sin x \cos y + e^x) dx + (\cos x \sin y + \sec^2 y) dy = 0$ નો ઉકેલ મેળવો.

(2) $x \frac{dy}{dx} + y = y^2 \log x$ નો ઉકેલ મેળવો.

(3) $(1 + y^2) dx + (x - e^{\tan^{-1} y}) dy = 0$ નો ઉકેલ મેળવો.

(4) $\frac{dy}{dx} + y = e^x y^4$ નો ઉકેલ મેળવો.

5 (अ) $y = x f(p) + F(p)$ નો સામાન્ય ઉકેલ મેળવો. 5

अथवा

(अ) $y = px + F(p)$ નો સામાન્ય ઉકેલ મેળવો. 5

(બ) કોઈપણ બે ગણો : 10

(1) $y = x + a \tan^{-1} p$ નો ઉકેલ મેળવો.

(2) $xy p^3 - (2y^2 - x^2) p^2 - 2xy p = 0$ નો ઉકેલ મેળવો.

(3) $p^2 y + 2px = y$ નો ઉકેલ મેળવો.

(4) $x^2 p^2 - 2xy p - (4x^2 - 2y^2) = 0$ નો ઉકેલ મેળવો.

ENGLISH VERSION

- Instructions :**
- (1) As per the instruction no. 1 of page no. 1.
 - (2) All Question are compulsory.
 - (3) Figures to the right indicate full marks of the question.
 - (4) Follow usual notations.

1 Attempt any **five** : 10

(1) Obtain $\int_0^{\pi/2} \sin^9 x \, dx$

(2) Obtain $\int_0^1 \frac{x^8}{\sqrt{1-x^2}} \, dx$

(3) If $z = x^3 + 3xy^2 + 3x^2y + y^3$ then find $\frac{\partial^2 Z}{\partial y \partial x}$

(4) Solve $(x^2 - 1) \frac{dy}{dx} + 2xy = 1$

(5) Solve $x^2 - y^2 p^2 = 0$

(6) Solve $y - x \frac{dy}{dx} = e^{dy/dx}$

(7) Prove that $x(x^2 + y^2 - a^2) dx + y(x^2 - y^2 - b^2) dy = 0$
is exact differential equation.

(8) Obtain integrating factor of $(x + 2y^3) \frac{dy}{dx} = y$

2 (A) Obtain reduction formula of $\int_0^{\pi/2} \cos^n x dx$, $n \in \mathbb{N}$ 5

OR

(A) Obtain reduction formula of $\int \sec^n x dx$, $n \in \mathbb{N}$. 5

(B) Attempt any **two** : 10

(1) Obtain $\int \sin^6 x dx$

(2) Obtain $\int \operatorname{cosec}^5 x dx$

(3) Obtain $\int \tan^6 x dx$

(4) Obtain $\int_0^a x^2 (a^2 - x^2)^{9/2} dx$

- 3 (A) Prove that the length of arc of the curve $y = f(x)$ 5

$$\text{between } x = a \text{ and } x = b \text{ is } \int_a^b \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} dx$$

OR

- (A) Obtain the intrinsic equation of the curve 5

$$y = a \cosh\left(\frac{x}{a}\right).$$

- (B) Attempt any **two** : 10

- (1) Find the length of arc of the curve

$$x = a \sin^3 t, y = a \cos^3 t \text{ between } t = 0 \text{ and } t = \pi/2.$$

- (2) Obtain the intrinsic equation of the curve $y = a \log \sec \frac{x}{a}$.

- (3) Find the length of arc of the curve $x = \frac{y^3}{3} + \frac{1}{4y}$

$$\text{between } y = 1 \text{ and } y = 3.$$

- (4) Find the length of arc of the curve

$$x = 1 - \cos 2t, y = 2 \cos t \text{ between } t = 0 \text{ and } t = \pi.$$

- 4 (A) State the necessary and sufficient condition for 5
 $Mdx + Ndy = 0$ to be exact differential equation and
explain the method to solve it.

OR

- (A) Obtain the general solution of $\frac{dy}{dx} + Py = Qy^n$, where P 5

and Q are functions of x .

(B) Attempt any **two** : 10

(1) Solve

$$(\sin x \cos y + e^x) dx + (\cos x \sin y + \sec^2 y) dy = 0.$$

(2) Solve $x \frac{dy}{dx} + y = y^2 \log x$

(3) Solve $(1 + y^2) dx + (x - e^{\tan^{-1} y}) dy = 0$

(4) Solve $\frac{dy}{dx} + y = e^x y^4$

5 (A) Obtain the general solution of $y = x f(p) + F(p)$. 5

OR

(A) Obtain the general solution of $y = px + F(p)$. 5

(B) Attempt any **two** : 10

(1) Solve : $y = x + a \tan^{-1} p$.

(2) Solve : $xy p^3 - (2y^2 - x^2) p^2 - 2xy p = 0$

(3) Solve : $p^2 y + 2px = y$

(4) Solve : $x^2 p^2 - 2xy p - (4x^2 - 2y^2) = 0$.