



AC-2959

First Year B. Sc. (Sem. II) Examination

March/April - 2015

Statistics : Paper - IV

Time : 2 Hours]

(New Course)

[Total Marks : 50

સૂચના :

(૧)

નીચે દર્શાવેલ નિશાનીવાળી વિગતો ઉત્તરવહી પર અવશ્ય લખવી. Fillup strictly the details of signs on your answer book.	Seat No. :
Name of the Examination :	<input type="text"/>
<input type="checkbox"/> FIRST YEAR B. SC. (SEM. II)	<input type="text"/>
Name of the Subject :	<input type="text"/>
<input type="checkbox"/> STATISTICS : PAPER - IV	<input type="text"/>
Subject Code No. : <input type="text"/> 2 <input type="text"/> 9 <input type="text"/> 5 <input type="text"/> 9	<input type="text"/>
Section No. (1, 2,.....) : <input type="text"/> Nil	<input type="text"/>
	Student's Signature

- (૨) બધા જ પ્રશ્નો ફરજિયાત છે.  
(૩) જમણી બાજુનાં અંક પ્રશ્નનાં પૂરા ગુણ દર્શાવે છે.  
(૪) સાંખ્યિકીય અને લઘુગણકીય કોષ્ટકો વિનંતી કરવાથી આપવામાં આવશે.  
(૫) પ્રોગ્રામ રહિત સાયન્ટિફિક કેલક્યુલેટરનો ઉપયોગ થઈ શકશે.

1 નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપો.

8

(અ) યદ્યથ ચલ  $x$  નું સંભાવના ઘટત્વ વિધેય

$$f(x) = k, -2 < x < 2;$$

$$= 0, \text{ અન્યત્ર.}$$

હોય તો  $k$  તથા  $p(-1 < x < 1)$  મેળવો.

(બ) યદ્યથ ચલ  $x$  નું સંભાવના વિધેય

$$f(x) = \binom{5}{x} \left(\frac{1}{6}\right)^x \left(\frac{5}{6}\right)^{5-x}, x=0,1,2,3,4,5;$$

$$= 0, \text{ અન્યત્ર.}$$

હોય તો  $p(x \geq 1)$  મેળવો.

(ક) યદ્યથ ચલ  $x$  નું સંભાવના વિધેય

$$f(x) = \frac{x}{10}, x=0,1,2,3,4;$$

$$= 0, \text{ અન્યત્ર.}$$

હોય તો  $x$  નો મધ્યક મેળવો.

(૩) યદચ્છ ચલ  $x$  નું સંભાવના વિધેય

$$f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x, x=1, 2, 3, \dots;$$

= 0, અન્યત્ર.

હોય તો  $x$  નો બહુલક શોધો.

2 (અ) કોઈપણ એક પ્રશ્નનો જવાબ આપો.

5

(i) વ્યાખ્યા આપો : (i) ગાણિતીય અપેક્ષા (ii) પ્રમાણિત વિચલન.

પ્રચલિત સંકેતોમાં સાબિત કરો કે  $V(aX - b) = a^2V(X)$ ; જ્યાં  $a$  અને  $b$  અચળાંકો છે.

(ii) પ્રચલિત સંકેતોમાં સાબિત કરો કે સ્વતંત્ર સતત યદચ્છ ચલો  $X$  અને  $Y$  માટે  $E(XY) = E(X) \cdot E(Y)$

(બ) કોઈપણ બે પ્રશ્નોના જવાબ આપો.

10

(i) આપેલ સંભાવના વિધેય નીચે પ્રમાણે હોય તો

X	-3	6	9
P(x)	$\frac{k}{6}$	$\frac{k}{2}$	$\frac{k}{3}$

(i) અચળાંક  $k$  અને (ii)  $E[(2x + 1)^2]$  ની કિંમત મેળવો.

(ii) એક યદચ્છ ચલ  $x$  માત્ર 2 અને 3 કિંમતો લે છે. જો  $E(X) = \frac{8}{3}$  હોય તો

(i)  $X$  નું સંભાવના વિધેય અને (ii)  $\mu_2$  શોધો.

(iii) યદચ્છ ચલ  $x$  નું સંભાવના ઘટસ્વ વિધેય

$$f(x) = 2x, 0 < x < 1;$$

= 0, અન્યત્ર.

હોય તો મધ્યક તથા  $p(x < \frac{1}{2})$  મેળવો.

૩ (અ) કોઈપણ એક પ્રશ્નનો જવાબ આપો. ૫

(i) અકેન્દ્રીય પ્રઘાતની વ્યાખ્યા આપો. પ્રથમ ચાર ક્રમગુણિત પ્રઘાતોને અકેન્દ્રીય પ્રઘાતોમાં દર્શાવો.

(ii) કેન્દ્રીય પ્રઘાતની વ્યાખ્યા આપો. પ્રથમ ચાર કેન્દ્રીય પ્રઘાતોને અકેન્દ્રીય પ્રઘાતોનાં રૂપમાં દર્શાવો.

(બ) કોઈપણ બે પ્રશ્નોના જવાબ આપો. ૧૦

(i) યદચ્છ ચલ  $x$  નું સંભાવના ઘટત્વ વિધેય

$$f(x) = \frac{3}{4}x(2-x), 0 \leq x \leq 2;$$

$= 0$ , અન્યત્ર.

હોય તો મધ્યસ્થ અને બહુલક મેળવો.

(ii) એક ચલના બિંદુ 4 આસપાસના પ્રથમ ચાર પ્રઘાતો અનુક્રમે

$-1.5, 17, -30$  અને  $108$  છે. તો  $\mu'_1, \mu'_2, \mu'_3$  અને  $\mu_4$  શોધો.

(iii) જો યદચ્છ ચલ  $x$  નું સંભાવના ઘટત્વ વિધેય

$$f(x) = \frac{1}{\pi(1+x^2)}; -\infty < x < \infty$$

હોય તો ત્રીજો ચતુર્થક મેળવો.

૪ કોઈપણ બે પ્રશ્નોના જવાબ આપો. ૧૨

(અ) જો બે યદચ્છ ચલો  $x$  અને  $y$  નું સચુંક્ત ઘટત્વ વિધેય

$$f(x, y) = Kx^2y; 0 < x < 1, 0 < y < 1$$

$= 0$ , અન્યત્ર.

હોય તો (i) અચળાંક  $K$  અને (ii)  $P\left(0 < x < \frac{3}{4}, \frac{1}{3} < y < 2\right)$  મેળવો.

(બ) જો બે યદ્યચ્છ ચલો  $x$  અને  $y$  નું સંયુક્ત ઘટત્વ વિધેય

$$f(x, y) = 2; 0 < x < 1, 0 < y < x$$

$$= 0, \text{ અન્યત્ર.}$$

હોય તો

(i)  $X$  અને  $Y$  નાં સીમાવર્તી સંભાવના ઘટત્વ વિધેયો શોધો.

(ii)  $Y = y$  માટે  $X$  નું શરતી ઘટત્વ વિધેય તથા  $X = x$  માટે  $Y$  નું શરતી ઘટત્વ વિધેય મેળવો.

(iii)  $X$  અને  $Y$  સ્વતંત્ર છે કે કેમ તે ચકાસો.

(ક) જો બે યદ્યચ્છ ચલો  $x$  અને  $y$  નું સંયુક્ત ઘટત્વ વિધેય

$$f(x, y) = x + y; 0 < x < 1, 0 < y < 1$$

$$= 0, \text{ અન્યત્ર.}$$

હોય તો

(i)  $X$  અને  $Y$  નાં સીમાવર્તી સંભાવના ઘટત્વ વિધેયો

(ii)  $\text{Var}(X)$  અને  $\text{Var}(Y)$  અને

(iii)  $\text{Cov}(X, Y)$  મેળવો.

## ENGLISH VERSION

- Instructions :**
- (1) As per the instruction no. 1 of page no. 1.
  - (2) All questions are compulsory
  - (3) Figures to the right indicate full marks of the question.
  - (4) Statistical and logarithmic tables will be supplied on request.
  - (5) Use of non-programmable scientific calculator is allowed.

1 Answer the following questions. 8

- (a) The p.d.f. of a random variable  $x$  is

$$f(x) = k, -2 < x < 2;$$

= 0, otherwise.

Find  $k$  and  $p(-1 < x < 1)$ .

- (b) The p.m.f. of a random variable  $x$  is

$$f(x) = \binom{5}{x} \left(\frac{1}{6}\right)^x \left(\frac{5}{6}\right)^{5-x}, \quad x = 0, 1, 2, 3, 4, 5;$$

= 0, otherwise.

Then find  $p(x \geq 1)$ .

- (c) The p.m.f. of a random variable  $x$  is

$$f(x) = \frac{x}{10}, \quad x = 0, 1, 2, 3, 4;$$

= 0, otherwise.

Find mean of  $x$ .

(d) The p.m.f. of a random variable  $x$  is

$$f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x, x=1, 2, 3, \dots;$$

= 0, otherwise.

Find mode of  $x$ .

2 (a) Answer any one of the following questions. 5

- (i) Define : (i) Mathematical Expectation  
(ii) Standard deviation

In usual notations prove that,

$$V(aX - b) = a^2V(X) \text{ where } a \text{ and } b \text{ are constants.}$$

- (ii) In usual notations prove that for independent continuous random variable  $X$  and  $y$

$$E(XY) = E(X) \cdot E(Y).$$

(b) Answer any **two** of the following questions. 10

- (i) Given the probability function :

X	-3	6	9
P(x)	$\frac{k}{6}$	$\frac{k}{2}$	$\frac{k}{3}$

Find (i) constant  $k$  and (ii)  $E[(2x+1)^2]$ .

- (ii) A random variable  $X$  takes only two values 2 and 3.

If  $E(X) = \frac{8}{3}$  then find (i) p.m.f. of  $X$  and (ii)  $\mu_2$ .

- (iii) The p.d.f. of a random variable  $x$  is

$$f(x) = 2x, 0 < x < 1;$$

= 0, otherwise

Find mean and  $p(x < \frac{1}{2})$ .

3 (a) Attempt any **one** of the following questions. 5

- (i) Define raw moment. Express the first four factorial moments in terms of raw moments.
- (ii) Define central moment. Explain first four raw moments in terms of central moments.

(b) Answer any **two** of the following questions. 10

- (i) The p.d.f. of a random variable  $x$  is.

$$f(x) = \frac{3}{4}x(2-x), 0 \leq x \leq 2;$$

= 0, otherwise

Find median and mode.

- (ii) The first four moments of a variable  $x$  about the point 4 are  $-1.5, 17, -30$  and  $108$  respectively. Find the values of  $\mu'_1, \mu'_2, \mu'_3$  and  $\mu_4$ .

- (iii) The p.d.f. of  $x$  is

$$f(x) = \frac{1}{\pi(1+x^2)}; -\infty < x < \infty$$

then find third quartile.

4 Answer any **two** of the following questions. 12

- (a) If  $X$  and  $Y$  are two random variables having joint density function

$$f(x, y) = Kx^2y, 0 < x < 1, 0 < y < 1$$

= 0, otherwise

Find (i) constant  $K$  and (ii)  $P\left(0 < x < \frac{3}{4}, \frac{1}{3} < y < 2\right)$ .

- (b) If X and Y are two random variables having joint density function

$$f(x, y) = 2; 0 < x < 1, 0 < y < x$$

$$= 0, \text{ otherwise}$$

- (i) Find the marginal density functions of X and Y.
  - (ii) Find the conditional density functions of X given Y = y and conditional density functions of Y given X = x.
  - (iii) Check for independence of X and Y.
- (c) If X and Y are two random variables having joint density function

$$f(x, y) = x + y; 0 < x < 1, 0 < y < 1$$

$$= 0, \text{ otherwise}$$

- Find (i) marginal probability density functions of X and Y.
- (ii) Var (X) and Var (Y) and.
  - (iii) Cov (X, Y).

---