* D G - 3 1 9 9 *

DG-3199

Third Year B. Sc. (Statistics) (Sem. V) Examination

March / April - 2016

503 : Statistical Inference - I

Time : 2 Hours] [Total Marks : 50

સૂચના :

(1)

નીચે દર્શાવેલ ☛ નિશાનીવાળી વિગતો ઉત્તરવહી પર અવશ્ય લખવી.
Fillup strictly the details of ☛ signs on your answer book.

Name of the Examination :

☛ THIRD YEAR B. SC. (STATISTICS) (SEM. V)

Name of the Subject :

☛ 503 : STATISTICAL INFERENCE - I

☛ Subject Code No. : 3 1 9 9 ☛ Section No. (1, 2,.....) : Nil

Seat No. :

Student's Signature

(2) બધા જ પ્રશ્નો ફરજિયાત છે.

(3) લઘુગુણકીય કોષ્ટક અને આંકડાકીય કોષ્ટક વિનંતીથી આપવામાં આવશે.

(4) જમણી બાજુ આપેલા અંક પ્રશ્નનાં પૂરા ગુણ દર્શાવે છે.

(5) પ્રોગ્રામરહિત સાયન્ટિફીક કેલ્ક્યુલેટરનો ઉપયોગ કરી શકાશે.

Q-1 નીચેના પ્રશ્નોના ઉત્તર આપો. (8)

(1) વ્યાખ્યા અપો: પ્રચલ અને પ્રચલનો અંતરાલ

(2) જો $x_1, x_2, ...x_n$ યદચ્છ નિદર્શ પોયસન વિતરણ કે જેનો પ્રચલ θ હોય તેમાંથી લેવામાં આવ્યો હોય તો પ્રચલ θ નો પર્યાપ્ત અવલોકન વિધેય મેળવો.

(3) સમજાવો : ન્યુનતમ વિચરણ અનભિનત આગણનકાર અને ન્યુનતમ વિચરણ અનભિનત બધ્ધ અનભિનત આગણનકાર.

(4) પ્રચલ θ વાળા પોયસન વિતરણમાંથી યદચ્છ ચલ X લેવામાં આવ્યો છે.જો $T = ax^2 + bx + c$ એ θ^2 નો અનભિનત આગણન કાર હોય તો a,b અને c ની કિંમત મેળવો.

Q-2(a) કોઈ પણ એક પ્રશ્નનો ઉત્તર આપો. (5)

(i) બતાવો કે પરિકલ્પના પરિક્ષણ, બિંદુ આગણન એ નિર્ણય સિધ્ધાંતનો વિશિષ્ટ પ્રકાર છે.

(ii) પર્યાપ્ત આગણનકાર માટેનું અવયવ પ્રમેય લખો અને સાબિત કરો.

(b) કોઈ પણ બેના જવાબ આપો. (10)

(i) $(0, \theta)$ અંતરાલવાળા એક સમાન વિતરણમાંથી યદચ્છ ચલ X લેવામાં આવે છે. θ નો આગણનકાર મેળવવા માટે $d = kx$ નિર્ણય વિધેય તરીકે લેવામાં આવે છે. જયાં k અચળાંક હોય અને નુકશાન વિધેય $l(\theta, d) = c(d - \theta)^2$ જયાં c અચળાંક તો k ની એવી કિંમત મેળવો કે જેથી જોખમ ન્યુનતમ થાય.

(ii) પરિમિત મધ્યક μ પરિમિત σ^2 વિચરણવાળી સમષ્ટિમાંથી $x_1, x_2, ...x_n$ કદનો યદચ્છ નિદર્શ લેવામાં આવે છે.તો બતાવો કે $s^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \bar{x}\right)^2$ એ σ^2 નો ભિનત આગણન કાર છે. તો σ^2 નો અનભિનત આગણનકાર મેળવો.

(iii) $x_1, x_2, ...x_n$ કદનો યદચ્છ નિદર્શ બર્નોલી વિતરણ કે જેનો પ્રચલ θ હોય તેમાંથી લેવામાં આવ્યો હોય તો θ નો ન્યુનતમ વિચરણ બધ્ધ અનભિનત આગણનકાર મેળવો.

Q-3(a) કોઈ પણ **એક** પ્રશ્નનો ઉત્તર આપો. (5)

(i) પર્યાપ્ત શરતો જણાવી પ્રચલિત સંકેતમાં ક્રેમર રાવ અસમતા લખો અને સાબિત કરો.

(ii) પ્રચલિત સંકેતમાં જો $n \to \infty, E(T_n) \to \theta$ અને $V(T_n) \to 0$ હોય તો સાબિત કરો કે T_n એ પ્રચલ θસાર્મથ્ય આગણનકાર છે.

(b) કોઈ પણ **બે** પ્રશ્નોનાં ઉત્તર આપો. (10)

(i) જો $X_1, X_2, \ldots, X_n$ યદચ્છ નિદર્શ $N(\mu, \sigma^2)$ માંથી મેળવ્યો હોય અને μ ની કિંમત જાણીતી હોય તો σ^2 માટે સાર્મથ્ય વિધેય મેળવો.

(ii) નીચેના પદોની વ્યાખ્યા આપો.

(i) પીટમાન કલોઝર આગણનકાર અને પીટમાન કલોઝેસ્ટ આગણનકાર

(ii) પર્યાપ્ત અવલોકન વિધેય

(iii) સાર્મથ્ય આગણનકાર

(iii) નીચેના આવૃત્તિ વિતરણો માટે પર્યાપ્ત વિધેયો મેળવો.

$(i)\ f(x,\theta) = (1-\theta)\theta^x \qquad x = 0,1,\ldots,n,\ \theta > 0$

$(ii)\ f(x,\theta) = \frac{1}{\sqrt{2\Pi}} e^{-\frac{1}{2}(x-\theta)^2} \qquad -\infty < x < \infty, -\infty < \theta < \infty$

Q-4 કોઈ પણ **બે** પ્રશ્નોનાં ઉત્તર આપો. (12)

(i) પ્રચલિત સંકેતમાં રાવ બ્લેક વેલ પ્રમેય લખો અને સાબિત કરો.

(ii) ન્યુનતમ વિચરણ બધ્ધ અનભિનત આગણન કાર માટેના અસ્તિત્વ માટેની શરત મેળવો.

(iii) પ્રચલિત સંકેતમાં સાબિત કરો કે જો ન્યુનતમ વિચરણ અનભિનત આગણનકાર અસ્તિત્વ ધરાવતો હોય તો તે માત્ર એક અને એક જ હોય છે.

ENGLISH VERSION

Instructions: (1) As per the instruction no. 1 of page no. 1.

(2) Answer the following questions.

(3) Logarithmic tables and statistical tables will be supplied on request.

(4) Figures given to the right indicate the marks of the question.

(5) Non programmable scientific calculator is allowed.

Q-1 Answer the following questions. (8)

(1) Explain : parameter and parametric space.

(2) If $x_1, x_2, ...x_n$ is a random sample drawn from a Poisson distribution with parameter θ. Then find sufficient statistics for parameter θ.

(3) Explain : minimum variance unbiased estimator and minimum variance bound unbiased estimator.

(4) Let x follows a Poisson distribution with parameter θ. $T = ax^2 + bx + c$ is an unbiased estimator of θ^2, then find constants a,b and c.

Q-2(a) Answer any one. (5)

(i) Show that the problem of testing of hypothesis and point estimation is a particular case of decision problem.

(ii) State and prove factorization theorem.

(b) Answer any two (10)

(i) A random variable x has a uniform distribution over $(0,\theta)$. It is desire to estimate θ. if the decision function $d = kx$, where k is a constant. and the loss function is $l(\theta,d) = c(d-\theta)^2$, where c is a positive constant .Find k for which the risk function is minimum.

(ii) Suppose $X_1, X_2, \ldots, X_n$ is random sample taken from population with finite mean μ and finite variance σ^2, then show that sample variance $s^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \bar{x}\right)^2$ is a biased estimator of σ^2.suggest an unbiased estimator of σ^2.

(iii) Let $x_1, x_2, \ldots x_n$ be a random sample drawn from a Bernoulli distribution with parameter θ then find minimum variance bound unbiased estimator of θ.

Q-3(a) Attempt any one. (5)

(i) State and prove Cramer Rao inequality with regularity conditions.

(ii) In usual notation prove that if $n \to \infty, E(T_n) \to \theta$ and $V(T_n) \to 0$ then prove that T_n is a consistent estimator of θ.

(b) Attempt any two. (10)

(i) If $X_1, X_2, \ldots, X_n$ is a random sample taken from $N(\mu, \sigma^2)$, where μ known. Then obtain consistent estimator of σ^2.

(ii) Define following terms

(i) Pitman closer estimator and Pitman closest estimator.

(ii) Sufficient estimator.

(iii) Consistent estimator.

(iii) Find sufficient statistics for the following probability distributions.

$(i) f(x,p) = (1-\theta)\theta^x \qquad x = 0,1,2,\ldots n,\ \theta > 0$

$(ii) f(x,p,q) = \frac{1}{\sqrt{2\Pi}} e^{-\frac{1}{2}(x-\theta)^2} \qquad -\infty < x < \infty, -\infty < \theta < \infty$

Q-4 Attempt any two. (12)

(i) In usual notation state and prove Rao-Blackwell theorem.

(ii) Obtain the condition for existence of minimum variance bound unbiased estimator.

(iii) In usual notation prove that if minimum variance unbiased estimator exists then it is essentially unique.