DG-3200

Third Year B. Sc. (Statistics) (Sem. V) Examination

March / April - 2016

504 : Statistical Inference - II

Time : **2** Hours] [Total Marks : **50**

સૂચના :

(1)

નીચે દર્શાવેલ ☛ નિશાનીવાળી વિગતો ઉત્તરવહી પર અવશ્ય લખવી.
Fillup strictly the details of ☛ signs on your answer book.

Name of the Examination :
☛ **Third Year B. Sc. (Statistics) (Sem. V)**

Name of the Subject :
☛ **504 : Statistical Inference - II**

☛ Subject Code No. : **3 2 0 0** ☛ Section No. (1, 2,.....) : **Nil**

Seat No. :

Student's Signature

(2) બધા જ પ્રશ્નો ફરજિયાત છે.

(3) લઘુગુણકીય કોષ્ટક અને (1) As per the instruction no. 1 of page no. 1. ાંકડાકીય કોષ્ટક વિનંતીથી આપવામાં આવશે.

(4) જમણી બાજુ આપેલા અંક પ્રશ્નનાં પૂરા ગુણ દર્શાવે છે.

(5) પ્રોગ્રામરહિત સાયન્ટિફીક કેલ્ક્યુલેટરનો ઉપયોગ કરી શકાશે.

નીચેના પ્રશ્નોના ઉત્તર આપો. (8)

(1) વ્યાખ્યા આપો: વિશ્વાસનીય અંતરાલ.

(2) જો (100,200,300,400,500) એ સંભાવના ઘટત્વ વિધેય

$$f(x,\theta)=\frac{1}{\theta}e^{-\frac{x}{\theta}}, \quad x\geq 0$$
$$=0 \qquad e.w.$$

માંથી મેળવેલ અવલોકનોનો યદચ્છ નિદર્શ હોય તો θ નો મહત્તમ વિસંભાવના આગણનકાર મેળવો.

(3) જો 25 એકમોનો યદચ્છ નિદર્શ $N(\mu,\sigma^2)$ માંથી મેળવેલ હોય અને તે $\bar{x}=3.2, S^2=4.24$ પ્રાપ્ત કરતો હોય તો સમષ્ટિ વિચરણ $\sigma^2=36$ માટેની સાર્થકતા પરિક્ષણ માટે ની પીવોટલ ક્વોન્ટીટીની કિંમત મેળવો.

(4) જો (0.7,0.6,0.5,0.4,0.3) એ સંભાવના ઘટત્વ વિધેય

$$f(x,\theta)=(\theta+1)x^{\theta} \qquad 0<x<1,$$
$$=0 \qquad e.w.$$

માંથી મેળવેલ અવલોકનોનો યદચ્છ નિદર્શ હોય તો θ નો આગણનકાર પ્રઘાતોની રીતે મેળવો.

Q-2(a) કોઈ પણ એક પ્રશ્નનો ઉત્તર આપો. (5)

(i) સુરેખ મોડેલ $Y_i=\alpha+\beta x_i+e_i$ ના પ્રચલો α અને β માટેનાં આગણકો ન્યુનતમ વર્ગની રીતે મેળવો.

(ii) પ્રચલના આગણન માટેની ન્યુનતમ χ^2 ની પધ્ધતિ વર્ણવો.

(b) કોઈ પણ બેના જવાબ આપો. (10)

(i) ગુરુ નિદર્શનો ઉપયોગ કરી પ્રચલ θ માટે $100(1-\alpha)\%$ વિશ્વાસનીય અંતરાલ મેળવવા માટેની પધ્ધતિ વર્ણવો.

(ii) સાબિત કરો કે નિદર્શ મધ્યક $\bar{x}$ એ સમષ્ટિ મધ્યક μ નો શ્રેષ્ઠ સુરેખ અનભિનત આગણનકાર છે.

(iii) જો $x_1, x_2, \ldots x_n$ યદચ્છ નિદર્શ $N(\mu, \sigma^2)$ માંથી મેળવવામાં આવ્યો હોય તો મહત્તમ વિસંભાવના આગણન કારો

$(i)\mu$ માટે જયારે σ^2 જાણીતો હોય ત્યારે

$(ii)\sigma^2$ માટે જયારે μ જાણીતો હોય ત્યારે

$(i)\mu$ અને σ^2 માટે જયારે બંને જાણીતાં ન હોય ત્યારે

Q-3(a) કોઈ પણ **એક** પ્રશ્નનો ઉત્તર આપો. (5)

(i) જો T_1 અને T_2 બંને θ ના અનભિનત આગણનકારો હોય અને તમનાં વિચરણો અનુક્રમે σ_1^2 અને σ_2^2 હોય અને તેમની વચ્ચેનો સહસબંધાંક ρ હોય તો T_1 અને T_2 નું શ્રેષ્ઠ સુરેખ અનભિનત સંયોજન શું થાય? આ સંયોજનનું વિચરણપણ મેળવો.

(ii) પ્રચલના આગણનકાર મેળવવા માટેની પ્રઘાતની રીત વર્ણવો.

(b) કોઈ પણ **બે** પ્રશ્નોનાં ઉત્તર આપો. (10)

(i) નીચેનાં વિતરણોમાંના પ્રચલ θ નાં આગણનકાર પ્રઘાતોની રીત વાપરીનેમેળવો.

$(i) f(x,\theta) = \theta x^{\theta-1} \qquad 0 < x < 1$

(ii) મહત્તમ વિસંભાવના આગણન કાર ના ગુણધર્મો જણાવો.

(iii) પ્રચલના આગણન માટેની મોડીફાઈડ ન્યુનતમ χ^2 ની પધ્ધતિ વર્ણવો.

Q-4 કોઈ પણ **બે** પ્રશ્નોનાં ઉત્તર આપો. (12)

(i) જો $x_1, x_2, \ldots x_{n_1}$ અને $y_1, y_2, \ldots y_{n_2}$ બંને નિરપેક્ષ નિદર્શો બે પ્રમાણ્ય સમષ્ટિ $N(\mu_1, \sigma_1^2)$ અને $N(\mu_2, \sigma_2^2)$ માંથી મેળવવામાં આવ્યા હોય તો $\mu_1 - \mu_2$ માટે $100(1-\alpha)\%$ વિશ્વાસનીય અંતરાલ મેળવો.

(ii) પ્રચલના આગણનકારો મેળવવા માટેની મહત્તમ વિસંભાવના આગણન કાર પધ્ધતિ વર્ણવો.

(iii) જો $X_1, X_2, \ldots X_n$ એ યદચ્છ નિદર્શ

$$(i) f(x) = \frac{\alpha^P}{\Gamma P} e^{-\alpha x} x^{P-1} \qquad 0 < x < \infty,$$

માંથી મેળવવામાં આવ્યો હોય તો પ્રઘાતોની રીત વાપરી α અને P ના આગણન કારો મેળવો.

ENGLISH VERSION

Instructions: (1) As per the instruction no. 1 of page no. 1.

(2) Answer the following questions.

(3) Logarithmic tables and statistical tables will be supplied on request.

(4) Figures given to the right indicate the marks of the question.

(5) Non programmable scientific calculator is allowed.

Q-1 Answer the following questions. (8)

(i) Define confidence interval.

(ii) If (100,200,300,400,500) is a random sample drawn from a p.d.f

$$f(x,\theta) = \frac{1}{\theta} e^{-\frac{x}{\theta}}, \quad x \ge 0$$
$$= 0 \qquad e.w.$$

Then find the maximum likelihood estimator of θ.

(iii) If a random sample of size 25 drawn from $N(\mu,\sigma^2)$ yields $\bar{x} = 3.2, S^2 = 4.24$ then find the value of pivotal quantity for testing the population variance $\sigma^2 = 36$.

(iv) If (0.7,0.6,0.5,0.4,0.3) is a random sample drawn from a p.d.f.

$f(x,\theta) = (\theta+1)x^{\theta} \qquad 0 < x < 1,$

$\quad = 0 \qquad e.w.$

Then find estimator of θ by method of moment.

Q-2(a) Answer any one. (5)

(i) Obtain the estimators of the parameters α and β of the linear model $y = \alpha + \beta x_i + e_i$ using the least square method.

(ii) Explain method of minimum χ^2 for the estimation of the parameters.

(b) Answer any two. (10)

(i) Explain the $100(1-\alpha)\%$ confidence interval for the parameter θ using large sample.

(ii) In usual notation prove that sample mean $\bar{x}$ is a best linear combination of independent unbiased estimators for the population mean μ.

(iii) Let $X_1, X_2, \ldots X_n$ be a random sample from $N(\mu,\sigma^2)$

Find maximum likelihood estimators of

(i) μ when σ^2 is known

(ii) σ^2 when μ is known

(iii) μ and σ^2 when both are unknown

Q-3(a) Attempt any one. (5)

(i) If T_1 and T_2 are two unbiased estimators of parameter θ with variances σ_1^2 and σ_2^2 with correlation coefficient ρ. What is the best linear unbiased combination of T_1 and T_2. What is the variance of such combination.

(ii) Explain the method of moment for finding the estimators of the parameters.

(b) Attempt any two. (10)

(i) Find the estimator of θ using method of moment for the following probability distribution.

$f(x,\theta) = \theta x^{\theta-1} \qquad 0 < x < 1$

(ii) Write the properties of maximum likelihood estimator.

(iii) Write detail notes on method of modified minimum χ^2.

Q-4 Attempt any two. (12)

(i) Let $x_1, x_2, \ldots x_{n1}$ and $y_1, y_2, \ldots y_{n2}$ be two independent random samples from two normal populations $N(\mu_1,\sigma_1^2)$ and $N(\mu_2,\sigma_2^2)$ respectively. Then find $100(1-\alpha)\%$ confidence interval for $\mu_1 - \mu_2$

(ii) Explain the method of maximum likelihood estimation for the estimation of parameters.

(iii) Let $x_1, x_2, ... x_n$ be a random sample from

$$(i) f(x) = \frac{\alpha^p}{\Gamma P} e^{-\alpha x} x^{p-1} \qquad 0 < x < \infty,$$

Then estimate α and p by method of moment.