DMM-3105

DMM-3105

Second Year B. Sc. (Sem. IV) Examination

March/April – 2016

Statistics : Paper - 401

(New Course)

Time : Hours] [Total Marks : **50**

સૂચના :

(૧)

નીચે દર્શાવેલ ☛ નિશાનીવાળી વિગતો ઉત્તરવહી પર અવશ્ય લખવી.
Fillup strictly the details of ☛ signs on your answer book.

Name of the Examination :

☛ **Second Year B. Sc. (Sem. IV)**

Name of the Subject :

☛ **Statistics : Paper - 401** *(New Course)*

☛ Subject Code No. : 3 1 0 5 ☛ Section No. (1, 2,.....) : Nil

Seat No. :

Student's Signature

(૨) બધા જ પ્રશ્નો ફરજિયાત છે.

(૩) લઘુગણકીય કોષ્ટક અને આંકડાકીય કોષ્ટક વિનંતીથી આપવામાં આવશે.

(૪) જમણી બાજુ આપેલા અંક પ્રશ્નનાં પૂરા ગુણ દર્શાવે છે.

(૫) પ્રોગ્રામરહિત સાયન્ટિફીક કેલ્ક્યુલેટરનો ઉપયોગ કરી શકાશે.

Q-1 નીચેના પ્રશ્નોના ઉત્તર આપો. (8)

(1) જો $x \sim b(3,\frac{1}{2})$ અને $y \sim b(5,\frac{1}{2})$ હોય તો $p(x+y=3)$ મેળવો.

(2) જો X એ પોયસન ચલ છે કે જ્યાં $p(x=1)=p(x=2)$ હોય તો $p(x=4)$ મેળવો.

(3) યદચ્છ ચલ X નું સંભાવના ઘટત્વ વિધેય

$$f(x)=\frac{1}{3}\,e^{-\frac{x}{3}} \quad 0<x<\infty$$

હોય તો પ્રઘાત સર્જક વિધેય મેળવો.

(4) એક સમાન વિતરણ $f(x)=\frac{1}{n} \quad x=1,2....,n$

માટે મધ્યક અને વિચરણ મેળવો.

Q-2(a) કોઈ પણ **<u>એક</u>** પ્રશ્નનો ઉત્તર આપો. (4)

(1) મધ્યક સાપેક્ષ પ્રઘાત સર્જક વિધેયની વ્યાખ્યા આપો. તેના બે ગુણધર્મો જણાવી તેની સાબિતી આપો.

(2) ક્રમ ગુણિત પ્રઘાત સર્જક વિધેયની વ્યાખ્યા આપો.પ્રથમ ચાર ક્રમગુણિતોને અકેન્દ્રિય પ્રઘાતોના સ્વરૂપમાં દર્શાવો.

(b) કોઈ પણ <u>બે</u> ગણો. (10)

(1) નીચેના સંભાવના ઘટત્વ વિધેય માટે યોગઘાત સર્જક વિધેય મેળવો. તે પરથી પ્રથમ ચાર યોગઘાતો મેળવો.

$$f(x)=\frac{1}{\sigma}e^{-\frac{x}{\sigma}} \qquad x\ge 0$$

(2) યદચ્છ ચલ X નું પ્રઘાત સર્જક વિધેય $\left(\frac{1}{4}+\frac{3}{4}e^{t}\right)^{8}$ હોય તો

(i) મધ્યક (ii) વિચરણ $(iii)\beta_1$ $(iv)\, p(x>0)$ મેળવો.

(3) જો $x \sim b(n,p)$ હોય તો સાબિત કરો કે

$$(i)E\left[\left(\frac{x}{n}-p\right)^{2}\right]=\frac{pq}{n} \quad (ii)\operatorname{cov}\left(\frac{x}{n}-\frac{n-x}{n}\right)=-\frac{pq}{n}$$

Q-3(a) કોઈ પણ **<u>એક</u>** પ્રશ્નનાં ઉત્તર આપો. (4)

(i) દ્વિપદી વિતરણમાટે અકેન્દ્રિય પ્રઘાતો વચ્ચેનાં સબંધ દર્શાવતું આર્વતક સૂત્ર મેળવો અને તે પરથી β_1 મેળવો.

(ii) દ્વિપદી વિતરણ માટે પ્રઘાત સર્જક વિધેય મેળવો અને તે પરથી મધ્યક સાપેક્ષ પ્રઘાત સર્જક વિધેય મેળવી તે પરથી પ્રમાણિત વિચલન મેળવો.

(b) કોઈ પણ <u>બે</u> ગણો. (10)

(i) દ્વિપદી વિતરણ નો મધ્યક અને પ્રમાણિત વિચલન અનુક્રમે 3 અને $\sqrt{2}$ હોય તો $(i)\mu_3$ $(ii)P(1<x\leq 4)$ શોધો.

(ii) જો x અને y નિરપેક્ષ પોયસન ચલ હોય જ્યાં $p(x=2)=p(x=3)$ હોય અને $p(y=4)=p(y=5)$ હોય તો $E(2x-y)$ અને $v\left(x-\frac{y}{2}\right)$ ની કિંમત મેળવો.

(iii) જો X અને Y નિરપેક્ષ પોયસન ચલો હોય અને તેમના મધ્યકો અનુક્રમે 2 અને 3 હોય. જો $Z=X+Y$ હોય તો $(i)p(z<3)$ $(ii)\, Z$ નો μ_3 $(ii)\, Z$ નું પ્રઘાત સર્જક વિધેય મેળવો.

Q-4(a) કોઈ પણ **<u>એક</u>** પ્રશ્નનો ઉત્તર આપો. (4)

(i) પ્રચલિત સંકેતમાં પોયસન વિતરણ માટે અકેન્દ્રિય પ્રઘાતો વચ્ચેનાં સબંધ દર્શાવતું આવર્તક સૂત્ર મેળવો અને તે પરથી પ્રથમ ત્રણ અકેન્દ્રિય પ્રઘાતો મેળવો.

(ii) પોયસન વિતરણમાટે મધ્યક સાપેક્ષ પ્રઘાત સર્જક વિધેય મેળવો. તે પરથી પ્રથમ ચાર કેન્દ્રિય પ્રઘાતો મેળવો.

(b) કોઈ પણ <u>બે</u> પ્રશ્નોનાં ઉત્તર આપો. (10)

(i) અતિગુણોત્તર વિતરણ નું લક્ષ સ્વરૂપ વિધેય દ્વિપદી વિતરણ થાય છે એમ બતાવો.

(ii) ઋણ દ્વિપદી વિતરણ માટે પ્રઘાત સર્જક વિધેય મેળવી તે પરથી મધ્યક અને વિચરણ મેળવો.

(iii) ગુણોત્તર વિતરણ માટે મધ્યક અને વિચરણ મેળવો.

ENGLISH VERSION

Instructions : (1) As per the instruction no. **1** of page no. **1**.
(2) Answer the following questions.
(3) Logarithmic tables and statistical tables will be supplied on request.
(4) Figures given to the right indicate the marks of the question.
(5) Non programmable scientific calculator is allowed.

Q-1 Answer the following questions. (8)

(1) If $x \sim b(3,\frac{1}{2})$ and $y \sim b(5,\frac{1}{2})$ then obtain $p(x+y=3)$.

(2) If x is a Poisson variate with $p(x=1)=p(x=2)$ then obtain $p(x=4)$.

(3) If the probability density function of random variable x is

$$f(x)=\frac{1}{3}\,e^{-\frac{x}{3}} \quad 0<x<\infty$$

Then obtain moment generating function .

(4) For a uniform distribution

$$f(x)=\frac{1}{n} \qquad x=1,2....,n$$

Obtain mean and variance.

Q-2(a) Answer any **one**. (4)

(i) Define moment generating function about mean. State and prove two properties of it.

(ii) Define factorial moment generating function. Obtain first four factorial moments in terms of raw moments.

(b) Answer any **two** (10)

(i) Obtain cumulant generating function of the following probability density function. Obtain first four cumulants of it.

$$f(x)=\frac{1}{\sigma}e^{-\frac{x}{\sigma}} \qquad x\geq 0$$

(ii) If the moment generating function of random variable x is $\left(\frac{1}{4}+\frac{3}{4}e^{t}\right)^{8}$ then obtain (i) mean (ii) variance $(iii)\beta_1$ $(iv)\,p(x>0)$.

(iii) if $x \sim b(n,p)$ then prove that

$$(i)E\left[\left(\frac{x}{n}-p\right)^2\right]=\frac{pq}{n} \quad (ii)\operatorname{cov}\left(\frac{x}{n}-\frac{n-x}{n}\right)=-\frac{pq}{n}$$

Q-3(a) Attempt any **one**. (4)

(i) In usual notation obtain the recurrence relation formula for raw moments for binomial distribution hence obtain β_1 from it.

(ii) For binomial distribution obtain moment generating function hence obtain moment generating function about mean from it. Also obtain standard deviation from it.

(b) Attempt any **two**. (10)

(i) If the mean and standard deviation of binomial distribution is 3 and $\sqrt{2}$ then find $(i)\mu_3$ $(ii)P(1<x\leq 4)$.

(ii) If x and y are independent Poisson variates with $p(X=2)=p(X=3)$ and $p(y=4)=p(y=5)$ then obtain the value of $E(2x-y)$ and $v(x-\frac{y}{2})$.

(iii) If x and y are independent Poisson variates with mean 2 and 3 respectively. If $Z=X+Y$ then obtain $(i)p(z<3)$, (ii) μ_3 of Z (iii) the moment generating function of Z.

Q-4(a) Attempt any **one**. (4)

(i) In usual notation obtain recurrence relation of raw moments for Poisson distribution hence obtains first three raw moments from it.

(ii) Obtain moment generating function about mean for Poisson distribution, hence obtain first four central moments from it.

(b) Attempt any **two**. (10)

(1) Show that binomial distribution is a limiting case of hyper geometric distribution.

(2) Obtain moment generating function of negative binomial distribution; hence obtain mean and variance from it.

(3) Obtain mean and variance for geometric distribution.