



RAN - 1903000202030031

**RAN-1903000202030031****F.Y.B.Sc. (Sem. II) Examination****March / April - 2019****Mathematics Paper - MTH-201****(Theory of Matrices)****(Old or New to be mentioned where necessary)****સૂચના : / Instructions**

નીચે દર્શાવેલ નિશાનીવાળી વિગતો ઉત્તરવહી પર અવશ્ય લખવી.  
 Fill up strictly the details of signs on your answer book

Name of the Examination:

F.Y.B.Sc. (Sem. II)

Name of the Subject :

Mathematics Paper - MTH-201 (Theory of Matrices)

Subject Code No.: 1903000202030031

Seat No.:

--	--	--	--	--	--

Student's Signature

- (૧) દરેક પ્રશ્ન ફરજિયાત છે.
- (૨) જમણી બાજુનાં અંક પશ્ચના પૂસ ગુણ સૂચવે છે.
- (૩) પ્રચલિત સંકેતોને અનસરો.

Q.1 નીચેના ટૂંકા પ્રશ્નોના જવાબ આપો. (ગમે તે પાંચ) (10)

- (૧) હર્મેટિઅન શ્રેણિક ની વ્યાખ્યા આપો અને એક 3 X 3 વિસંમિત શ્રેણિકનું ઉદાહરણ આપો.
- (૨) જો  $A = \begin{bmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{bmatrix}$  અને  $B = \begin{bmatrix} 0 & i \\ i & 0 \end{bmatrix}$  હોય તો સાબિત કરો કે  $AB = -BA$
- (૩) જો  $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 3 & 2 \\ 3 & 6 & 5 & 2 \\ 2 & 5 & 2 & -3 \\ 4 & 5 & 14 & 14 \end{bmatrix}$  હોય તો A પર હાર પ્રક્રિયા  $R_{4,1} \left(\frac{1}{2}\right)$  કરતાં મળતો શ્રેણિક લખો.
- (૪) વ્યાખ્યા આપો. : (i) શ્રેણિકનો વ્યસ્ત (ii) સામાન્ય શ્રેણિક
- (૫) સમીકરણોની સંહિતને ક્યારે અસંગત કહેવાય? અસમપરિમાણ સંહિત  $AX = B$  અનન્ય ઉકેલ હોવા માટેની શરત લખો.

- (દ) જો  $A = [a_{ij}]_{n \times n}$  હોય તો દર્શાવો કે  $Trac(\lambda A) = \lambda Trac(A)$ ;  $\lambda \in R$ .
- (ઘ) સાબિત કરો કે શ્રેણિકનાં આપેલા આત્મ-સદિશને સંગત અનન્ય આત્મ-મૂલ્ય પ્રાપ્ત થાય છે.
- (ઙ) અનુરૂપ શ્રેણિકની વ્યાખ્યા આપો અને દર્શાવો કે જો  $B$  એ  $A$  ને અનુરૂપ શ્રેણિક હોય તો  $A$  એ  $B$  ને અનુરૂપ શ્રેણિક છે.

Q.2 નીચેના પ્રશ્નોમાંથી ગમે તે બે નાં જવાબ આપો. (10)

- (a) સાબિત કરો કે દરેક ચોરસ શ્રેણિક  $A$  ને અનન્ય રીતે  $P + iQ$  વડે દર્શાવી શકાય છે, જ્યાં  $P$  અને  $Q$  હર્મેટિઅન શ્રેણિકો છે.
- (b) 'શ્રેણિકોના ગુણાકારના પ્રતિ-શ્રેણિકનો પ્રતિ નિયમ' લખો અને  $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -3 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$  અને  $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$  માટે તેનું સમર્થન કરો.
- (c) (i) જો  $A$  સંમિત શ્રેણિક હોય તો કોઈપણ શ્રેણિક  $B$  માટે દર્શાવો કે  $BAB^T$  સંમિત શ્રેણિક છે.  
(ii) કોઈપણ શ્રેણિક  $A$  માટે દર્શાવો કે  $AA^0$  અને  $A^0A$  બંને હર્મેટિઅન શ્રેણિકો છે.

Q.3 નીચેના પ્રશ્નોમાંથી ગમે તે બે નાં જવાબ આપો. (10)

- (a) શ્રેણિક  $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 3 & -1 & 6 \\ -1 & 5 & 1 \end{bmatrix}$  નો વ્યસ્ત શ્રેણિક પ્રાથમિક હાર-પ્રક્રિયાઓનો ઉપયોગ કરીને શોધો.
- (b) પ્રાથમિક હાર-પ્રક્રિયાઓનો ઉપયોગ કરીને  $A = \begin{bmatrix} -1 & -3 & 3 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ 2 & -5 & 2 & -3 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$  ને હાર સોપાન સ્વરૂપમાં દર્શાવો.
- (c) પ્રાથમિક હાર-પ્રક્રિયાઓનો ઉપયોગ કરીને  $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 3 & -1 & 4 & 6 \\ 2 & 0 & -4 & 1 & 2 & -5 \\ 1 & 4 & 2 & 0 & -1 & 7 \\ 3 & 4 & -2 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$  નો હાર-કોટ્યાંક શોધો.

Q.4 નીચેના પ્રશ્નોમાંથી ગમે તે બે નાં જવાબ આપો. (10)

- (a) નીચે આપેલ સમપરિમાણ સંહિતનો ઉકેલ હાર-પ્રક્રિયાઓનો ઉપયોગ કરીને મેળવો.  
 $x + 3y + 2z = 0$   
 $2x - y + 3z = 0$

$$3x - 5y + 4z = 0$$

$$x + 17y + 4z = 0$$

(b) આપેલ અસમપરિમાણ સમીકરણ સંહિતિનો ઉકેલ શક્ય હોય તો હાર-પ્રક્રિયાઓનો ઉપયોગ કરીને મેળવો.

$$2x - y + 3z = 8$$

$$-x + 2y + z = 4$$

$$3x + y - 4z = 0$$

(c) શ્રેણિક  $A = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 7 & 8 \end{bmatrix}$  ને અનુરૂપ વિકર્ણી શ્રેણિક મેળવો.

Q.5 નીચેના પ્રશ્નોમાંથી ગમે તે બે નાં જવાબ આપો. (10)

(a) લાક્ષણિક શ્રેણિક ની વ્યાખ્યા આપો તેમજ સાબિત કરો કે અનુરૂપ શ્રેણિકોના આત્મ મૂલ્ય સમાન હોય છે.

(b) શ્રેણિક  $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 5 \\ 3 & 4 & 2 \end{bmatrix}$  માટે કેલી-હેમિલ્ટન પ્રમેયનું સમર્થન કરશે.

(b) શ્રેણિક  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -4 & 2 \\ 0 & 0 & 7 \end{bmatrix}$  ના આત્મમૂલ્ય શોધો તથા સૌથી નાના આત્મમૂલ્યને સંગત આત્મસદિશ મેળવો.

### ENGLISH VERSION

#### **Instructions:**

- (1) All questions are compulsory
- (2) Digits to the right of each question indicate its marks.
- (3) Follow usual symbols.

Q.1 Answer any FIVE as directed. (10)

(1) Give definition of Hermitian matrix and give an illustration of  $3 \times 3$  Skew - symmetric matrix.

(2) If  $A = \begin{bmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{bmatrix}$  and  $B = \begin{bmatrix} 0 & i \\ i & 0 \end{bmatrix}$  then show that  $AB = -BA$ .

(3) If  $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 3 & 2 \\ 3 & 6 & 5 & 2 \\ 2 & 5 & 2 & -3 \\ 4 & 5 & 14 & 14 \end{bmatrix}$  then write the matrix after performing the

operation  $R_{4,1} \left( \frac{1}{2} \right)$

- (4) Define : (i) Inverse of a matrix (ii) Non-singular Matrix  
 (5) When does a system of equations call inconsistent ? Write the condition for a Non-Homogeneous system  $AX = B$  to have unique solution.  
 (6) If  $A = [a_{ij}]_{n \times n}$  then show that  $Trac (\lambda A) = \lambda Trac (A)$ ;  $\lambda \in R$ .  
 (7) Prove that unique eigen-value is obtained corresponding to given eigen-vector for a matrix.  
 (8) Define similar matrices and if B is similar matrix to A then prove that A is similar matrix to B.

Q.2 Answer any TWO from the following. (10)

- (a) Prove that any square matrix A can be uniquely expressed as  $P+iQ$ ; where both P and Q are Hermitian matrices.  
 (b) State The Reversal Law for the Transpose of product of matrices',

for the matrices and verify it for  $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -3 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$  and

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

- (c) (i) If A is a symmetric matrix then for any matrix B show that  $BAB^T$  is also a symmetric matrix.  
 (ii) For any matrix A show that  $AA^0$  and  $A^0A$  are Hermitian matrices

Q.3 Answer any TWO from the following. (10)

(a) Find the inverse of matrix  $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 3 & -1 & 6 \\ -1 & 5 & 1 \end{bmatrix}$  by applying Elementary

Row-Operations.

(b) By applying Elementary Row-Operations express matrix

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -3 & 3 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ 2 & -5 & 2 & -3 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
 in to the Row-Reduced Echelon form.

(c) By applying Elementary Row-Operations find Row-rank of

$$\text{matrix } A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 3 & -1 & 4 & 6 \\ 2 & 0 & -4 & 1 & 2 & -5 \\ 1 & 4 & 2 & 0 & -1 & 7 \\ 3 & 4 & -2 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

Q.4 Answer any TWO from the following. (10)

(a) Find the solution to the following Homogeneous system using Elementary Row-Operations.

$$x + 3y + 2z = 0$$

$$2x - y + 3z = 0$$

$$3x - 5y + 4z = 0$$

$$x + 17y + 4z = 0$$

(b) Find the solution to the given Non-Homogeneous system of equations if exists using Elementary Row-Operations.

$$2x - y + 3z = 8$$

$$-x + 2y + z = 4$$

$$3x + y - 4z = 0$$

(c) Obtain the similar diagonal matrix for matrix  $A = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 7 & 8 \end{bmatrix}$

Q.5 Answer any TWO from the following. (10)

(a) Define characteristic matrix and prove that the eigen-values of two similar matrices are same.

(b) Verify Cayley-Hamilton theorem for matrix  $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 5 \\ 3 & 4 & 2 \end{bmatrix}$

(c) Find eigen-values of matrix  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -4 & 2 \\ 0 & 0 & 7 \end{bmatrix}$ . Also find the eigen

vector corresponding to the smallest eigen-value.