RAN-1090

RAN-1090

T.Y.B.Sc. (Statistics) SEM - V Examination

March / April - 2019

Paper - 504 Statistical Inference - II

(Old or New to be mentioned where necessary)

સૂચના : / Instructions

(૧)

નીચે દર્શાવેલ ☛ નિશાનીવાળી વિગતો ઉત્તરવહી પર અવશ્ય લખવી.
Fill up strictly the details of ☛ signs on your answer book

Name of the Examination:
☛ T.Y.B.Sc. (Statistics) SEM - V

Name of the Subject :
☛ Paper - 504 Statistical Inference - II

Subject Code No.: 1 0 9 0

Seat No.:

Student's Signature

(૨) બધા જ પ્રશ્નો ફરિજયાત છે.

(૩) લઘુગુણકીય કોષ્ટક અને આંકડાકીય કોષ્ટક વિનંતીથી આપવામાં આવશે.

(૪) જમણીબાજુ આપેલા અંક પ્રશ્નનાં પૂરા ગુણ દર્શાવે છે.

(૫) પ્રોગ્રામરહિત સાયન્ટિફીક કેલ્કયુલેટરનો ઉપયોગ કરી શકાશે.

Q-1 નીચેના પ્રશ્નોના ઉત્તર આપો. (8)

(1) જો (100, 200, 300, 400, 500) એ સંભાવના ઘટત્વ વિધેય

$$f(x,\theta)=\frac{1}{\theta}e^{-\frac{x}{\theta}},\quad x\geq 0$$

$$= 0 \quad \text{e.w.}$$

માંથી મેળવેલ અવલોકનોના યદૃચ્છ નિદર્શ હોય તો θ નો મહત્તમ વિસંભાવના આગણનકાર મેળવો.

(2) જો 30 એકમોનો યદૃચ્છ નિદર્શ $N(\mu, \sigma^2)$ માંથી મેળવેલ હોય અને તે $\bar{x} = 4.2$, $S^2 = 5.24$ પ્રાપ્ત કરતો હોય તો સમષ્ટિ વિચરણ $\sigma^2 = 30$ માટેની સાર્થકતા પરિક્ષણ માટે ની પીવોટલ ક્વોન્ટીટીની કિંમત મેળવો.

(3) જો (0.61, 0.51, 0.41, 0.31, 0.21) એ સંભાવના ઘટત્વ વિધેય.

$$f(x, \theta) = (\theta+1)x^{\theta} \qquad 0 < x < 1,$$
$$= 0 \quad e.w.$$

માંથી મેળવેલ અવલોકનોનો યદ્દચ્છ નિદર્શ હોય તો θ નો આગણનકાર પ્રઘાતોની રીતે મેળવો.

(4) ન્યુનતમ મોડીફાઈડ χ^2 પધ્ધતિ પ્રચલોના આગણન માટે વાપરીએ છીએ તે કારણ આપો.

Q-2.(a) **કોઈ પણ એક પ્રશ્નનો ઉત્તર આપો.** **(5)**

(i) જો T_1 અને T_2 પ્રચલ θ ના અનભિનત આગણકો હોય અને તેમના વિચરણો અનુક્રમે σ_1^2 અને σ_2^2 હોય અને તેમની વચ્ચેનો સહસબંધાંક ρ હોય તો તેમનું શ્રેષ્ઠ સુરેખ સંયોજન મેળવો.

(ii) જો T_1 એ દક્ષ આગણન કાર હોય અને T_2 એ θ નો અનભિનત આગણન કાર હોય, અને જો e એ T_2, ની દક્ષતા હોય, ρ એ T_1 અને T_2 વચ્ચેનો સહસંબધાંક હોય તો પ્રચલિત સંકેતમાં સાબિત કરો કે $\rho = \sqrt{e}$.

(b) **કોઈ પણ બેના જવાબ આપો.** **(10)**

(i) નીચેનાં વિતરણમાંના પ્રચલ θ નાં આગણનકાર પ્રઘાતોની રીત વાપરીને મેળવો.

$$f(x) = \frac{\alpha^p}{\Gamma P} e^{-\alpha x} x^{p-1} \qquad 0 < x < \infty, \alpha > 0, p > 0, \theta = (\alpha, p)$$

(ii) પ્રચલિત સંકેતમાં સાબિત કરો કે નિદર્શ મધ્યક $\bar{x}$ એ સમષ્ટિ મધ્યક μ નો શ્રેષ્ઠ સુરેખ અનભિનત આગણનકાર છે.

(iii) નીચેનાં વિતરણોમાંના પ્રચલ θ નાં મહત્તમ વિસંભાવના આગણનકાર મેળવો.

(i) $f(x, \theta) = \frac{1}{\theta} \qquad 0 < x < \theta$

(ii) $f(x, \theta) = \theta x^{\theta - 1} \quad 0 < x < 1$

Q-3(a) **કોઈ પણ એક પ્રશ્નનો ઉત્તર આપો.** **(5)**

(i) પ્રચલના આગણન માટેની પ્રઘાતની રીત સમજાવો.

(ii) પ્રચલના આગણન માટેની ન્યૂનતમ વર્ગની રીત સમજાવો.

(b) **કોઈ પણ બે પ્રશ્નનોનાં ઉત્તર આપો.** **(10)**

(i) મહત્તમ વિસંભાવના આગણનકારના ગુણધર્મો જણાવો.

(ii) નીચેની માહિતી પરથી ન્યુનતમ વર્ગની રીતે $Y = \alpha + \beta x_i + e_i$ સુરેખ સબંધ મેળવો.

X	0	1	2	3	4
Y	20	22	23	25	27

(iii) જો $X_1, X_2, \ldots\ldots X_n$ એ $N(\mu, \sigma^2)$, માંથી મેળવેલ યદૃચ્છ નિદર્શ હોય અને μ અને σ બંને અજ્ઞાત હોય તો σ^2 માટે $100\,(1 - \alpha)\%$ વિશ્વાસનીય અંતરાલ મેળવો.

Q-4 **કોઈ પણ બે પ્રશ્નોનાં ઉત્તર આપો.** **(12)**

(i) ગુરુ નિદર્શ પર આધારિત વિશ્વાસનીય અંતરાલ મેળવવાની પદ્ધતિ વર્ણવો.

(ii) ન્યુનતમ વર્ગની રીતે $\underset{\sim}{Y} = X\underset{\sim}{\beta} + \underset{\sim}{e}$ માટે $\underset{\sim}{\beta}$ નો આગણન કાર મેળવો. અને $\underset{\sim}{\beta}$ નો આગણકાર એ $\underset{\sim}{\beta}$ નો અનભિનત આગણનકાર થાય એમ બતાવો. તથા તેનું વિચરણ પણ મેળવો.

(iii) પ્રચલના આગણન માટેની મહત્તમ વિસંભાવનાની પદ્ધતિ સમજાવો.

ENGLISH VERSION

Instructions

(1) Answer the following questions.

(2) Logarithmic tables and statistical tables will be supplied on request.

(3) Figures given to the right indicate the marks of the question.

(4) Non programmable scientific calculator is allowed.

Q-1 Answer the following questions: (8)

(1) If (100, 200, 300, 400, 500) is a random sample drawn from a p.d.f.

$$f(x, \theta) = \frac{1}{\theta} e^{-\frac{x}{\theta}}, \quad x \geq 0$$
$$= 0 \quad \text{e.w.}$$

Then find the maximum likelihood estimator of θ.

(2) If a random sample of size 30 drawn from $N(\mu, \sigma^2)$ yields $\bar{x} = 4.2$, $S^2 = 5.24$ then find the value of pivotal quantity for testing the population variance $\sigma^2 = 30$.

(3) If (0.61, 0.51, 0.41, 0.31, 0.21) is a random sample drawn from a p.d.f.

$$f(x, \theta) = (\theta + 1)x^{\theta} \quad 0 < x < 1,$$
$$= 0 \quad e.w.$$

Then find estimator or θ by method of moment.

(4) Why we use modified minimum χ^2 method for estimation of the parameters.

Q-2.(a) **Answer any one. (5)**

(i) If T_1 and T_2 are two unbiased estimators of parameter θ with variances σ_1^2 and σ_2^2 and ρ is the correlation coefficient between them then what is best linear combination of T_1 and T_2.

(ii) Let T_1 be efficient estimator and T_2 be an unbiased estimator of θ and e be an efficiency of T_2, and ρ be correlation coefficient of T_1 and T_2 then in usual notation prove that $\rho = \sqrt{e}$.

(b) **Answer any two.** **(10)**

(i) Estimate θ using method of moment for the following probability distribution.

$$f(x) = \frac{\alpha^{p}}{\Gamma P} e^{-\alpha x} x^{p-1} \qquad 0 < x < \infty, \alpha > 0, p > 0, \theta = (\alpha, p)$$

(ii) In usual notation prove that sample mean $\bar{x}$ is a best linear combination of independent unbiased estimators of population mean μ.

(iii) Find maximum likelihood estimators of θ for the following probability distributions.

(i) $f(x, \theta) = \frac{1}{\theta} \quad 0 < x < \theta$ (ii) $f(x, \theta) = \theta x^{\theta - 1} \quad 0 < x < 1$

Q-3(a) **Attempt any one** **(5)**

(i) Explain method of moment for estimation of parameter.

(ii) Explain method of least square for the estimation of the parameters.

(b) **Attempt any two** **(10)**

(i) Obtain the properties of maximum likelihood estimator.

(ii) Obtain linear relationship $Y = \alpha + \beta x_i + e_i$ using least square method for the following information.

X	0	1	2	3	4
Y	20	22	23	25	27

(iii) If $X_1, X_2, \ldots\ldots X_n$ is a random sample drawn from $N(\mu, \sigma^2)$, where both μ and σ are unknown then find 100 (1 − α)% confidence interval for parameter σ^2.

Q-4 **Attempt any two** **(12)**

(i) Explain the method of finding confidence interval based on large sample.

(ii) Obtain estimator of $\underset{\sim}{\beta}$ using least square method for $\underset{\sim}{Y} = X \underset{\sim}{\beta} + \underset{\sim}{e}$.

Show that the estimator of $\underset{\sim}{\beta}$ is an unbiased estimator of $\underset{\sim}{\beta}$ also find its variance.

(iii) Explain the method of maximum likelihood estimation for the estimation of parameters.