RAN-1089

RAN-1089

T.Y. B.Sc. (Statistics) SEM-V Examination

March / April - 2019

Paper - 503 Statistical Inference-I

(Old or New to be mentioned where necessary)

સૂચના : / Instructions

નીચે દર્શાવેલ ☛ નિશાનીવાળી વિગતો ઉત્તરવહી પર અવશ્ય લખવી.
Fill up strictly the details of ☛ signs on your answer book

Name of the Examination:
☛ T.Y. B.Sc. (Statistics) SEM-V

Name of the Subject :
☛ Paper - 503 Statistical Inference - I

Subject Code No.: 1 0 8 9

Seat No.:

Student's Signature

(૧) બધા જ પ્રશ્નો ફરિજયાત છે.
(૨) લઘુગુણકીય કોષ્ટક અને આંકડાકીય કોષ્ટક વિનંતીથી આપવામાં આવશે.
(૩) જમણીબાજુ આપેલા અંક પ્રશ્નનાં પૂરા ગુણ દર્શાવે છે.
(૪) પ્રોગ્રામરહિત સાયન્ટિફીક કેલ્કયુલેટરનો ઉપયોગ કરી શકાશે.

Q-1 નીચેના પ્રશ્નોના ઉત્તર આપો. **(8)**

(1) સમજાવો : ફિશર એમાઉન્ટ ઓફ ઈન્ફોરમેશન ના ગાણિતીક વિધેયના ગાણિતીક સ્વરૂપ જણાવો.

(2) સમજાવો : લાઈકલી હુડ વિધેય.

(3) વ્યાખ્યા આપો : સંગત આગણનકાર અને પર્યાપ્ત આગન, કાર.

(4) જો $x_1, x_2, \ldots x_n$ યદચ્છ નિદર્શ r^{th} પરિમિત અકેન્દ્રિય પ્રધાત μ^1_r હોય એવી સમષ્ટિમાંથી લેવામાં આવ્યો હોય તો બતાવો કે r^{th} નિદર્શ પ્રધાત M'_r એ r^{th} અકેન્દ્રિય પ્રધાત μ'_r નો અનભિનત આગણક છે.

Q-2 (a) કોઈ પણ એક પ્રશ્નનો ઉત્તર આપો. (5)

(i) ન્યુનતમ વિચરણ અનભિનત આગણનકાર ની વ્યાખ્યા આપી ન્યુનતમ વિચરણ બધ્ધ અનભિનત આગણનકાર માટેના અસ્તિત્વ માટેની શરત મેળવો.

(ii) પ્રચલિત સંકેતમાં જો $n \to \infty, E(T_n) \to \theta$ અને $V(T_n) \to 0$ હોય તો સાબિત કરો કે T_n એ પ્રચલ θ સાર્મથ્ય આગણનકાર છે.

(b) કોઈ પણ બેના જવાબ આપો. (10)

(i) પરિમિત મધ્યક μ પરિમિત σ^2 વિચરણવાળી સમષ્ટિમાંથી $x_1, x_2, \ldots\ldots, x_n$ કદનો યદચ્છ નિદર્શ લેવામાં આવે છે. તો બતાવો કે $s^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} (x_1 - \bar{x})^2$ એ σ^2 નો ભિનત આગણનકાર છે. તો σ^2નો અનભિનત આગણનકાર મેળવો.

(ii) દ્વિપદી વિતરણ કે જેનો પ્રચલ p હોય તો p નો આગણન કાર મેળવવા માટે નિર્ણય વિધેય y પર આધારિત હોય અને

$p(y=k) = \binom{2}{k} p^k (1-p)^{2-k} \quad k = 0,1,2$

હોય અને નુકશાન વિધેય $(p-d)^2$ હોય તો નિર્ણય વિધેય

(i) $d(y) = \frac{y}{2}$ (ii) $d(y) = \frac{(y+1)}{4}$

માટે જોખમ વિધેય મેળવો.

(iii) $x_1, x_2, \ldots x_n$ કદનો યદચ્છ નિદર્શ પ્રમાણ્ય વિતરણ $N(\mu, \sigma^2)$ માંથી મેળવ્યો હોય, જ્યાં σ^2 જાણીતો હોય તો μ નો ન્યુનતમ વિચરણ બધ્ધ અનભિનત આગણનકાર મેળવો.

Q-3 (a) કોઈ પણ એક પ્રશ્નનો ઉત્તર આપો. (5)

(i) પર્યાપ્ત આગણનકાર ની વ્યાખ્યા આપી તે માટેનું અવયવ પ્રમેય લખો અને સાબિત કરો.

(ii) કમ્પલીટ આગણનકારની વ્યાખ્યા આપી પ્રચલિત સંકેતમાં લેહમાન શેફી પ્રમેય લખો અને સાબિત કરો.

(b) કોઈ પણ બે પ્રશ્નોનાં ઉત્તર આપો. (10)

(i) જો $\overline{x_n}$ એ n નિરપેક્ષ અવલોકનો $N(\theta, 1)$ માંથી મેળવ્યાં હોય એનો નિદર્શ મધ્યક હોય તો θ સાર્મથ્ય વિધેય મેળવો.

(ii) જો T_1 અને T_2 એ બંને અનભિનત આગણનકારો સમાન વિચરણ વાળા હોય અને e એ શ્રેષ્ઠ આગણનકાર નું વિચરણ અને સામાન્ય વિચરણ નો રેસીયો હોય. અને ρ એ T_1 અને T_2 વચ્ચેનો સહસબંધાંક હોય તો બતાવો કે $\rho \geq 2e - 1$.

(iii) પરિમિત મધ્યક μ પરિમિત σ^2 વિચરણવાળી સમષ્ટિમાંથી $x_1, x_2, \ldots x_n$ કદનો યદચ્છ નિદર્શ લેવામાં આવે છે. તો μ^2 નો અનભિનત આગણન કાર $\bar{x}$ પર આધારિત

(i) σ જ્ઞાત હોય

(ii) σ જ્ઞાત ન હોય

ત્યારે મેળવો.

Q-4 કોઈ પણ બે પ્રશ્નોનાં ઉત્તર આપો. (12)

(i) પ્રચલિત સંકેતમાં રાવ બ્લેક વેલ પ્રમેય લખો અને સાબિત કરો.

(ii) પર્યાપ્ત શરતો જણાવી પ્રચલિત સંકેતમાં ક્રેમર રાવ અસમતા લખો અને સાબિત કરો.

(iii) પ્રચલિત સંકેતમાં સાબિત કરો કે જો ન્યુનતમ વિચરણ અનભિનત આગણનકાર અસ્તિત્વ ધરાવતો હોય તો તે માત્ર એક અને એક જ હોય છે.

ENGLISH VERSION

Instructions:

(1) Answer the following questions.

(2) Logarithmic tables and statistical tables will be supplied on request.

(3) Figures given to the right indicate the marks of the question.

(4) Non programmable scientific calculator is allowed.

Q-l Answer the following questions. (8)

(1) Write all mathematical form of Fisher's amount of information function.

(2) Explain : likely hood function.

(3) Explain : efficient estimator and sufficient statistics.

(4) If $x_1, x_2, \ldots x_n$ is a random sample drawn from the population with finite r[th] raw moment μ'_r then show that M'_r the r[th] sample moment is an unbiased estimator of r[th] raw moment μ'_r.

Q-2 (a) Answer any one. (5)

(i) Define minimum variance unbiased estimator. Obtain the condition for existence of minimum variance bound unbiased estimator.

(ii) In usual notation prove that if $n \to \infty, E(T_n) \to \theta$ and $V(T_n) \to 0$ then prove that T_n is a consistent estimator of θ.

(b) Answer any two **(10)**

(i) Suppose $X_1, X_2, \ldots\ldots, X_n$ is random sample taken from population with finite mean μ and finite variance σ^2 , then show that

sample variance $s^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} (x_1 - \overline{x})^2$ is a biased estimator of σ^2.

suggest an unbiased estimator of σ^2.

(ii) In estimating the parameter p of a binomial distribution a decision function based on $p(y=k) = {}^2C_k\, P^k\, (1-p)^{2-k}$ k=0,1,2.

If the loss function is $(p-d)^2$ determine the risk for

(1) $d(y) = \frac{y}{2}$ (2) $d(y) = \frac{1}{4}(y+1)$

(iii) Let $x_1, x_2, \ldots x_n$ be a random sample drawn from a Normal distribution, $N(\mu, \sigma^2)$ where σ^2 is known then find minimum variance bound unbiased estimator for μ.

Q-3 (a) Attempt any one. **(5)**

(i) Define sufficient statistics also write and prove factorization theorem for it.

(ii) Define complete sufficient statistics. In usual notation state and prove Lehman Scheeffe theorem.

(b) Attempt any two. **(10)**

(i) If $\overline{x_n}$ is a sample mean of n observations from $N(\theta, 1)$, Then obtain consistent estimator of θ.

(ii) If T_1 and T_2 are two unbiased estimators with same variance, e is the ratio of the variance of best estimator and the common variance. ρ is the correlation coefficient between T_1 and T_2. Then show that $\rho \geq 2e - 1$.

(iii) Suppose $X_1, X_2, \ldots X_n$ is random sample taken from population with finite mean μ and finite variance σ^2, then find an unbiased estimator of μ^2 based on $\overline{x}$ when

(1) σ is known.

(2) σ is unknown.

Q-4 Attempt any two. **(12)**

(i) In usual notation state and prove Rao- Black well theorem.

(ii) State and prove Cramer Rao inequality with regularity conditions.

(iii) In usual notation prove that if minimum variance unbiased estimator exists then it is essentially unique.
