



RAN-1087

T.Y.B.Sc. Sem-V (Statistics) Examination

March / April - 2019

Paper:501, Mathematical Statistics-I

સૂચના : / Instructions

(1)

નીચે દર્શાવેલ નિશાનીવાળી વિગતો ઉત્તરવહી પર અવશ્ય લખવી.
Fill up strictly the details of signs on your answer book

Name of the Examination:

T.Y.B.Sc. Sem-V (Statistics)

Name of the Subject :

Paper:501, Mathematical Statistics-I

Subject Code No.: 1 0 8 7

Seat No.:

--	--	--	--	--	--

Student's Signature

(2) બધા જ પ્રશ્નો ફરિજયાત છે.

(2) Answer the following questions

(3) લઘુગુણકીય કોષ્ટક અને આંકડાકીય કોષ્ટક વિનંતીથી આપવામાં આવશે.

(3) Logarithmic tables and statistical tables will be supplied on request.

(4) જમણીબાજુ આપેલા અંક પ્રશ્નનાં પૂરા ગુણ દર્શાવે છે.

(4) Figures given to the right indicate marks of the questions.

(5) પ્રોગ્રામરહિત સાયન્ટિફિક કેલ્ક્યુલેટરનો ઉપયોગ કરી શકાશે.

(5) Non-programmable scientific calculator is allowed.

Q-1 નીચેના પ્રશ્નોનાં ઉત્તર આપો.

8

Q-1 Answer the following

8

(1) જો યદ્યથ ચલ X બે કિંમતો I અને $-i$ સમાન સંભાવના ધરાવતો હોય તો બતાવો કે તે વીક લો ઓફ લાર્જ નંબરનું સમાધાન કરતો નથી

(1) If a random variable X takes two values i and $-i$ with equal probability, then show that weak law of large number does not hold good for random variable X ,

(2) યદ્યથ ચલ X નું વિતરણ પોયસન હોય તો લાક્ષણિક વિધેય મેળવો.

(2) If random variable follows Poisson distribution then find characteristics function.

(3) પ્રચલિત સંકેતમાં સાબિત કરો કે $\mu'_r = (-i) \left[\frac{d^r}{dt^r} \phi_x(t) \right]_{t=0}$

(3) In usual notation prove that $\mu'_r = (-i) \left[\frac{d^r}{dt^r} \phi_x(t) \right]_{t=0}$

(4) જો કોઈ સંભાવના વિતરણ માટે $\mu'_r = r! \sigma^r$ હોય તો તેનું લાક્ષણિક વિધેય મેળવો.

(4) If for a given distribution $\mu'_r = r! \sigma^r$ then find characteristic function.

Q-2(a) કોઈપણ એક પ્રશ્નનો ઉત્તર આપો.

5

Q-2(a) Attempt any one

5

(1) પ્રચલિત સંકેતમાં ચેબીસેવ્ઝ અસમતા લખો. અને સાબિત કરો.

(1) State Chebyshev's inequality and prove it.

(2) પ્રચલિત સંકેતમાં વીક લો ઓફ લાર્જ નંબર લખો અને સાબિત કરો.

(2) State and prove weak Law of Large numbers.

Q-2(b) કોઈપણ બે પ્રશ્નનો ઉત્તર આપો.

10

Q-2(b) Attempt any two

10

(1) જો યદ્યદ્ય ચલ X નું સંભાવના વિધેય $f(x) = \frac{1}{2^x}; x = 1, 2, \dots$

હોય તો બતાવો કે ચેબી સેવ્ઝ દ્વારા $P\{|x - 2| \geq 2\} \leq \frac{1}{2}$ મળે છે. જ્યારે તેની સાચી કિંમત $\frac{1}{8}$ છે.

(1) Probability function of random variable X is

$f(x) = \frac{1}{2^x}; x = 1, 2, 3$ show that Chebyshev' inequality gives

$P\{|x - 2| \geq 2\} \leq \frac{1}{2}$ when actual value is $\frac{1}{8}$.

(2) ધારોકે x_k એ નિરપેક્ષ યદ્યદ્ય ચલોની શ્રેણી હોય અને $P\{X_k = \pm K^\lambda\} = \frac{1}{2}$ અને

$K = 1, 2, \dots, n, \lambda > 0$ હોય તો λ ની કઈ કિંમત માટે વીક લો ઓફ લાર્જ નંબર સત્ય સાબિત થાય છે એ બતાવો.

(2) Distribution of mutually independent variable $X_k = (K \geq 0)$ is as follow.

$P\{X_k = \pm K^\lambda\} = \frac{1}{2}; \lambda > 0$

Decide for which value of λ weak laws holds good for the series $\{x_k\}$

(3) જો યદ્યદ્ય ચલ x નું લાક્ષણિક વિધેય $\Phi(t) = \frac{\sin t}{t}$ તો x નું સંભાવના ઘટત્વ વિધેય શોધો.

(3) If c.f. of random variable x is $\Phi_x(t) = \frac{\sin t}{t}$ then find probability density function of x.

- Q-3(a) કોઈપણ એક પ્રશ્નનો ઉત્તર આપો. 5**
- Q-3(a) Attempt any one 5**
- (1) લાક્ષણિક વિધેયો માટે ઇન્વરઝન પ્રમેય લખો અને સાબિત કરો.
 (1) State and prove inversion theorem for characteristics function
- (2) લિન્ડ બર્ગ લેવીના કેન્દ્રિય લક્ષણ પ્રમેયનું કથન લખી તેને સાબિત કરો.
 (2) Give the statement of Lingberg's levy's form then prove it.
- Q-3(b) કોઈપણ બે પ્રશ્નોનાં ઉત્તર આપો. 10**
- Q-3(b) Attempt any two 10**
- (1) જો યદચ્છ ચલ X નું લાક્ષણિક વિધેય $\Phi_x(t) = e^{i\mu t - \frac{1}{2}t^2\sigma^2}$ હોય તો યદચ્છ ચલ X નું સંભાવના ઘટત્વ વિધેય મેળવો.
 (1) The characteristic function of random variable x is $\Phi_x(t) = e^{i\mu t - \frac{1}{2}t^2\sigma^2}$
 Then find p.d.f. of X.
- (2) જો યદચ્છ ચલ X નું સંભાવના ઘટત્વ વિધેય $f(x) = \frac{1}{2} \quad -1 < x < 1$ હોય તો તેનું લાક્ષણિક વિધેય શોધો.
 (2) If the p.d.f. of random variable of x is $f(x) = \frac{1}{2} \quad -1 < x < 1$
 Then find p.d.f. of x .
- (3) એક વિતરણમાં નિદર્શ કદ 15 હોય અને તે નિદર્શ મધ્યક \bar{X} છે જેનું સંભાવના ઘટત્વ વિધેય $f(x) = 3x^2, \quad 0 < x < 1$ હોય તો $p\left[\frac{3}{5} < \bar{X} < \frac{4}{5}\right]$ ગણો.
 (3) The sample mean \bar{X} is taken from the distribution of sample size 15.
 The p.d.f. of it is $f(x) = 3x^2, \quad 0 < x < 1$
 Then calculate $p\left[\frac{3}{5} < \bar{X} < \frac{4}{5}\right]$
- Q-4 નીચેનામાંથી ત્રણ પ્રશ્નોના જવાબ આપો. 12**
- Q-4 Answer the following any threee. 12**
- (1) જો યદચ્છ ચલ $x \sim G(\alpha, P)$ હોય તો $\Phi_x(t)$ મેળવો.
 (1) If $x \sim G(\alpha, P)$ then obtain $\Phi_x(t)$
- (2) k ની કિંમત કેટલી? $P[|X - 5| < K] = 0.99$ માટે
 (2) What is value of k? for $P[|X - 5| < K] = 0.99$

- (3) સામાન્ય ચેબી સેવ્ઝ અસમતા લખો અને સાબિત કરો.
(3) Write the generalized Chebyshev's inequality and prove it.
(4) લાક્ષણિક વિધેયના નીચેના ગુણધર્મોની સાબિતી આપો.

(1) $|\phi_x(t)| \leq 1$

(2) $\phi_x(t), \phi_x(-t)$

અંને કોમ્પ્લેક્ષ કોન્જુગેટ છે.

- (4) Write the proof of the following properties of characteristics function

(1) $|\phi_x(t)| \leq 1$

(2) $\phi_x(t), \phi_x(-t)$
