



DPP-2955

First Year B. Sc. (Mathematics) (Sem. II) Examination

March / April - 2016

MTH - 202 : Integral Calculus & Differential Equations

Time : 2 Hours]

[Total Marks : 50

સૂચના

(૧)

નીચે દર્શાવેલ નિશાનીવાળી વિગતો ઉત્તરવહી પર અવશ્ય લખવી.  
Fillup strictly the details of signs on your answer book.

Name of the Examination :  
First Year B. Sc. (Mathematics) (Sem. II)

Name of the Subject :  
MTH - 202 : Integral Calculus & Differential Equations

Subject Code No. : 2 9 5 5 Section No. (1, 2,.....): Nil

Seat No. :

Student's Signature

(૨) પ્રચલિત સંકેતોને અનુસરો.

1 નીચેનામાંથી ગમે તે પાંચ ના જવાબ આપો .

[10]

(1)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^4 x \cos^2 x \, dx$  મેળવો

(2)  $\int_0^{\infty} \frac{1}{(1+x^2)^{7/2}} \, dx$  મેળવો

(3)  $(x^2 + 1) \frac{dy}{dx} + y = \tan^{-1} x$  નો સંકલ્પકારક અવયવ મેળવો.

(4)  $y(p+1) = xp(p+1) - ap^2$  ઉકેલો.

(5)  $z = x^3 + 3xy^2 + 3x^2y + y^3$  તો  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$  અને  $\frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}$  મેળવો.

(6)  $p = \sqrt{\frac{1+y^2}{1+x^2}}$  ઉકેલો.

(7)  $\frac{dy}{dx} + y = e^{-x}$  ઉકેલો.

(8) સાબિત કરો કે  $(\sin x \sin y + \sec^2 x) dx + (\tan^2 y - \cos x \cos y) dy = 0$  યથાર્થ વિકલ સમીકરણ છે.

2 નીચેનામાંથી ગમે તે બે ના જવાબ આપો. [10]

(1)  $\int \sec^n x dx$  નું લઘુકરણ સૂત્ર મેળવો .

(2)  $\int \sin^7 x dx$  મેળવો.

(3)  $\int_0^a x^2 (a^2 - x^2)^{3/2} dx$  મેળવો.

(4)  $\int \cot^8 x dx$  મેળવો.

3 નીચેનામાંથી ગમે તે બે ના જવાબ આપો. [10]

(1) વક્ર  $y^2 = 4ax$  નું ઉગમબિંદુ ને નિશ્ચિત બિંદુ લઈ સ્વાયત્ત સમીકરણ મેળવો.

(2) વક્ર  $x = \frac{y^3}{3} + \frac{1}{4y}$  માટે  $y = 1$  થી  $y = 3$  સુધીની આપની લંબાઈ શોધો.

(3) વક્ર  $x = a \sin^3 t$ ,  $y = a \cos^3 t$  માટે  $t = 0$  થી  $t = \frac{\pi}{2}$  સુધીની આપની લંબાઈ શોધો.

(4) વક્ર  $y = a \log \sec \frac{x}{a}$  નું સ્વાયત્ત સમીકરણ મેળવો.

4 નીચેનામાંથી ગમે તે બે ના જવાબ આપો. [10]

(1) બર્નોલીનું વિકલ સમીકરણ લખો અને તેને ઉકેલવાની રીત વર્ણવો .

(2)  $(2xy + y - \tan y) dx + (x^2 - x \tan^2 y + \sec^2 y) dy = 0$  નો ઉકેલ મેળવો .

(3)  $x \frac{dy}{dx} + y = y^2 \log x$  નો ઉકેલ મેળવો .

(4)  $(1 + x + xy^2) \frac{dy}{dx} + (y + y^3) = 0$  નો ઉકેલ મેળવો .

5 નીચેનામાંથી ગમે તે બે ના જવાબ આપો. [10]

(1) સમીકરણ  $f(x, y, p) = 0$  એ  $y$  માટે ઉકેલનીય હોય તો ઉકેલવાની રીત દર્શાવો.

(2)  $x^2 p^2 + xyp - 6y^2 = 0$  નો ઉકેલ મેળવો.

(3)  $y = (1 + p)x + p^2$  નો ઉકેલ મેળવો.

(4)  $y^2 - 2py \cot x - p^2 = 0$  નો ઉકેલ મેળવો.

## ENGLISH VERSION

- Instructions :** (1) As per the instruction no. 1 of page no. 1.  
(2) Follow usual symbols.

1 Answer any **Five** from the the following. [10]

(1) Find  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^4 x \cos^2 x \, dx$

(2) Find  $\int_0^{\infty} \frac{1}{(1+x^2)^{7/2}} \, dx$

(3) Find the integrating factor of  $(x^2 + 1) \frac{dy}{dx} + y = \tan^{-1} x$ .

(4) Solve  $y(p+1) = xp(p+1) - ap^2$

(5)  $z = x^3 + 3xy^2 + 3x^2y + y^3$  then find  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$  and  $\frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}$

(6) Solve  $p = \sqrt{\frac{1+y^2}{1+x^2}}$

(7) Solve  $\frac{dy}{dx} + y = e^{-x}$

(8) Prove that  $(\sin x \sin y + \sec^2 x) dx + (\tan^2 y - \cos x \cos y) dy = 0$  is an exact differential equation.

2 Answer any **two** from the following. [10]

(1) Obtain the reduction formula for  $\int \sec^n x \, dx$

(2) Obtain  $\int \sin^7 x \, dx$

(3) Obtain  $\int_0^a x^2 (a^2 - x^2)^{9/2} \, dx$

(4) Obtain  $\int \cot^8 x \, dx$

3 Answer any **two** from the following. [10]

(1) Find the intrinsic equation of the curve  $y^2 = 4ax$  taking origin as a fixed point.

(2) Find the length of the arc of the curve  $x = \frac{y^3}{3} + \frac{1}{4y}$  between  $y=1$  to  $y=3$ .

(3) Find the length of the arc of the curve  $x = a \sin^3 t$ ,  $y = a \cos^3 t$  between  $t=0$  to  $t = \frac{\pi}{2}$

(4) Find the intrinsic equation of the curve  $y = a \log \sec \left( \frac{x}{a} \right)$ .

4 Answer any two from the following. [10]

(1) Write Bernauli's differential equation and explain the method to solve it.

(2) Solve  $(2xy + y - \tan y) dx + (x^2 - x \tan^2 y + \sec^2 y) dy = 0$

(3) Solve  $x \frac{dy}{dx} + y = y^2 \log x$

(4) Solve  $(1 + x + xy^2) \frac{dy}{dx} + (y + y^3) = 0$

5 Answer any two from the following. [10]

(1) Explain the method to solve equation  $f(x, y, p) = 0$  solvable for  $y$ .

(2) Solve  $x^2 p^2 + xyp - 6y^2 = 0$

(3) Solve  $y = (1 + p)x + p^2$

(4) Solve  $y^2 - 2py \cot x - p^2 = 0$

---