



J-0869

Second Year B. Sc. Examination

March/April – 2013

Statistics : Paper - III

Time : 3 Hours]

[Total Marks : 70

સૂચના :

(૧)

નીચે દર્શાવેલ નિશાનીવાળી વિગતો ઉત્તરવહી પર અવશ્ય લખવી.
 Fillup strictly the details of signs on your answer book.

Name of the Examination :
SECOND YEAR B. Sc.

Name of the Subject :
STATISTICS : PAPER - 3

Subject Code No. : **0 8 6 9** Section No. (1, 2,.....): **Nil**

Seat No. :

Student's Signature

- (૨) બધા જ પ્રશ્નો ફરજિયાત છે.
 (૩) જમણી બાજુનાં અંક પ્રશ્નના પૂરા ગુણ દર્શાવે છે.
 (૪) સાંખ્યિકીય અને લઘુગુણકીય કોષ્ટકો વિનંતી કરવાથી આપવામાં આવશે.
 (૫) પ્રોગ્રામરહિત સાયન્ટિફિક કેલક્યુલેટરનો ઉપયોગ થઈ શકશે.

૧ નીચેના પ્રશ્નોના ટૂંકમાં ઉત્તર આપો :

૧૪

(૧) x અને y નું સંયુક્ત આવૃત્તિ વિધેય

$$f(x, y) = \frac{1}{n^2} \quad \begin{matrix} x=1, 2, \dots, n \\ y=1, 2, \dots, n. \end{matrix}$$

હોય તો $P(x \leq 2, y \leq 3)$ ની કિંમત મેળવો.

(૨) x અને y નું સંયુક્ત સંભાવના ઘટત્વ વિધેય

$$f(x, y) = 4xy \quad 0 < x, y < 1$$

$$= 0 \text{ અન્યત્ર}$$

હોય તો $E[X \cdot Y]$ મેળવો.

(૩) જો ઉગમબિંદુ 1991 સાથેનું વાર્ષિક વલણ સમીકરણ $y = 800 + 72x$ છે.
તો 1996 ના વર્ષનું વલણ અંદાજો.

(૪) x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 એ $N(0,1)$ માંથી મેળવેલા યદ્યચ્છ નિરપેક્ષ ચલો હોય તો

$$y = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 + x_5^2 \text{ ના વિતરણનો મધ્યક મેળવો.}$$

(પ) જો x એ 6 અને 8 સ્વાતંત્ર્ય માત્રા વાળો F ચલ હોય તો તેનો મધ્યક અને વિચરણ મેળવો.

(દ) દ્વિનિદર્શન યોજના $[1000, 100, 75, 1, 3]$ સમજાવો.

(૭) જો x એ 6 સ્વાતંત્ર્યમાત્રા વાળો f ચલ હોય તો તેનો મધ્યક અને વિચરણ મેળવો.

૨ (અ) બે સતત યદ્યચ્છ ચલોનાં સંયુક્ત આવૃત્તિ વિધેયનાં ગુણધર્મો જણાવી આ ચલો ક્યારે નિરપેક્ષ થાય છે તે તમામ શરતો જણાવો. ૫

(બ) x અને y નું સંયુક્ત સંભાવના ઘટત્વ વિધેય. ૫

$$f(x, y) = x + y \quad 0 < x, y < 1 \\ = 0 \quad \text{અન્યત્ર}$$

હોય તો (૧) $Cov[x, y]$, (૨) $E[(x+y)^2]$ ની કિંમત મેળવો.

(ક) x અને y નું સંયુક્ત સંભાવના ઘટત્વ વિધેય ૪

$$f(x, y) = 2 - x - y \quad 0 < x < 1, 0 < y < 1 \\ = 0 \quad \text{અન્યત્ર}$$

હોય તો x અને y વચ્ચેનાં સહસંબંધાંતની કિંમત મેળવો.

અથવા

૨ (અ) બે અસતત યદ્યચ્છ ચલોનાં સંયુક્ત સંભાવના વિધેયનાં ગુણધર્મો જણાવી નીચેનાની વ્યાખ્યા આપો. ૫

(૧) $X = x$ આપેલો હોય ત્યારે યદ્યચ્છ ચલ Y નું શરતી સંભાવના વિધેય.

(૨) X નો Y પરનો નિયતસંબંધ વક.

(બ) $f(x, y) = \frac{1}{3} (x, y) = (0, 0), (1, 1), (2, 2)$ ૫
 $0 = \text{અન્યત્ર}$

આપેલું હોય તો $Cov(x, y)$ શોધો.

(ક) x અને y નું સંયુક્ત સંભાવના વિધેય ૪

$$f(x, y) = \frac{x+y}{21} \quad \text{જ્યાં } x=1, 2, 3, y=1, 2 \\ = 0 \quad \text{અન્યત્ર}$$

હોય તો $P(x=3)$ અને $P(y=2)$ ની કિંમત મેળવો.

૩ (અ) χ^2 વિતરણનું પ્રધાત સર્જક વિધેય મેળવી તેના પરથી મધ્યક અને વિચરણની કિંમત મેળવો. ૫

(બ) જો x_1, \dots, x_n એ λ પ્રચલવાળા પોયસન વિતરણમાંથી મેળવેલ નિરપેક્ષ યદ્યચ્છ નિદર્શ હોય તો \bar{x} નું વિતરણ મેળવો. ૫

- (ક) જો $y: \chi^2_5$ હોય તો $P(1.14 \leq y \leq 11.05)$ અને y નાં બહુલકની કિંમત ૪
મેળવો.

અથવા

- ૩ (અ) n સ્વાતંત્ર્ય માત્રાવાળા t વિતરણ માટે સાબિત કરો કે ૫

$$\mu_{2r}^1 = \frac{n^r (2r-1)(2r-3)\dots 3.1}{(n-2)(n-4)\dots(n-2r)} n > 2r.$$

- (બ) સ્નેડેકોર F ની વ્યાખ્યા આપી તેનું વિતરણ મેળવો. ૫

- (ક) જો x નું વિતરણ n_1 અને n_2 સ્વાતંત્ર્ય માત્રાવાળું F હોય તો બતાવો ૪

કે $\frac{1}{x}$ નું વિતરણ n_2 અને n_1 સ્વાતંત્ર્ય માત્રા વાળું F વિતરણ થાય છે.

- ૪ (અ) સામયિક શ્રેણી એટલે શું ? તેના ઉપયોગો જણાવો. ૫

- (બ) નીચેની માહિતી માટે ત્રિ વર્ષીય ચલિત સરેરાશની રીતે વલણ મેળવો.

વર્ષ	2000	2001	2002	2003	2004	2005
સૂચક આંક	105	115	100	90	80	95

- (ક) વલણ શોધવાની ચલિત સરેરાશની રીત સમજાવો. આ રીતનાં ગુણદોષ ચર્ચો. ૪

અથવા

- ૪ (અ) સમૂહની તપાસ અને નિદર્શ તપાસ વચ્ચેનો તફાવત સમજાવો. ૫

- (બ) સ્વીકૃતિ નિદર્શન યોજનામાં ઉત્પાદક અને ગ્રાહકનું જોખમ સમજાવો. ૫

- (ક) જથ્થામાં ખામી પ્રમાણ $P^1 = 0.03$ માટે દ્વિનિદર્શન યોજના ૪
[900, 40, 50, 1, 3] માટે AOQ ની કિંમત મેળવો.

- ૫ (અ) સંખ્યાત્મક સંકલન માટે સિમ્પસનનો $\frac{3}{8}$ નિયમ લખો અને સાબિત કરો. ૫

- (બ) સમલંબકના નિયમનો ઉપયોગ કરી $\int_4^{5.2} \log e^x dx$ ની કિંમત મેળવો.

- (ક) સિમ્પસનનો $\frac{1}{3}$ નિયમનો ઉપયોગ કરી $\int_0^1 \frac{1}{x} dx$ ની કિંમત મેળવો ૪

અથવા

૫ (અ) જો X એ $N(0,2)$ ચલ હોય અને Y એ n સ્વતાંત્ર્યમાત્રા વાળો χ^2 ૫

આગણક હોય અને જો X અને Y નિરપેક્ષ ચલો હોય તો $\frac{X}{\sqrt{Y/n}}$ નું

વિતરણ મેળવો.

(બ) સાબિત કરો કે t વિતરણ 0ની આસપાસ સંમિત છે. ૫

(ક) જો x_1, \dots, x_n નિરપેક્ષ પ્રમાણિત પ્રમાણ્ય ચલો હોય તો $\sum_{i=1}^n Xi^2$ નું ૪

વિતરણ મેળવો.

ENGLISH VERSION

- Instructions :**
- (1) As per the instruction no. 1 of page no. 1.
 - (2) All questions are compulsory.
 - (3) Figures to the right indicate the full marks of the question.
 - (4) Statistical and logarithmic tables will be supplied on request.
 - (5) Use of non - programmable scientific calculator is allowed.

1 Answer the following questions : 14

(1) The joint p.m.f. of x and y is

$$f(x, y) = \frac{1}{n^2} \quad \begin{matrix} x=1, 2, \dots, n \\ y=1, 2, \dots, n. \end{matrix}$$

= 0 e.w.

then find $P(x \leq 2, y \leq 3)$.

(2) The joint p.d.f. of x and y is.

$$f(x, y) = 4xy \quad 0 < x, y < 1$$

= 0 e.w.

then find $E[X \cdot Y]$.

(3) The annual trend equation with origine 1991 is $y = 800 + 72x$. Then find trend value of 1996.

- (4) x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 are independent random variables from $N(0,1)$ population., Then find mean and variance of the variate. $y = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 + x_5^2$.
- (5) If x is a F variate with 6 and 8 degrees of freedom then find mean and variance of it.
- (6) Explain double acceptance sampling plan [1000,100,75,1,3].
- (7) If x is a t variate with 6 degrees of freedom then find mean and variance of it.

2 (a) State the properties of the joint probability function of two random variables state all the conditions for these variables become independent. **5**

(b) The joint p.d.f. of x and y is. **5**

$$f(x, y) = x + y \quad 0 < x, y < 1$$

$$= 0 \quad \text{e.w.}$$

Then find the values of (1) $Cov[x, y]$, (2) $E[(x+y)^2]$.

(c) The joint p.d.f. of x and y **4**

$$f(x, y) = 2 - x - y \quad 0 < x < 1, 0 < y < 1$$

$$= 0 \quad \text{e.w.}$$

find the correlation coefficient between x and y .

OR

2 (a) State the properties of the joint p.m.f. of two discrete random variables. Define the following terms. **5**

(1) The conditional p.m.f. of X when $Y=y$.

(2) Regression curve of X on Y .

(b) Given $f(x, y) = \frac{1}{3}$ $(x, y) = (0, 0), (1, 1), (2, 2)$ **5**

$$= 0 \quad \text{e.w.}$$

compute. $Cov(x, y)$

- (c) Let the joint p.m.f. of x and y is. 4

$$f(x, y) = \frac{x+y}{21} \text{ where } x=1,2,3, \text{ and } y=1,2$$

$$= 0 \quad e.w.$$

then find $P(x,3)$ and $P(y=2)$.

- 3 (a) Obtain moment generating function of χ^2 distribution, hence find its mean and variance. 5
- (b) If x_1, \dots, x_n is a independent random sample drawn from a Poisson distribution with parameter λ then obtain the distribution of \bar{X} . 5
- (c) If $y: \chi_5^2$, then find $P(1.14 \leq y \leq 11.05)$ and mode of y . 4

OR

- 3 (a) For t distribution with n degrees of freedom prove that $\mu_{2r}^1 = \frac{n^r (2r-1)(2r-3)\dots 3.1}{(n-2)(n-4)\dots(n-2r)} n > 2r$. 5
- (b) Define Snedecor's F and derive its distribution. 5
- (c) If x has F distribution with n_1 and n_2 degrees of freedom then show that $\frac{1}{x}$ has F distribution with n_2 and n_1 degree of freedom. 4

- 4 (a) What is time series ? Write its uses. 5
- (b) Find trend using three yearly moving average method from the following data : 5

Year	2000	2001	2002	2003	2004	2005
Index number	105	115	100	90	80	95

- (c) Explain moving average method for measuring trend. Write merits and demerits of it. 4

OR

- 4 (a) Distinguish between population inspection and sampling inspection. 5
- (b) Explain the concept of producer risk and consumer risk in acceptance sampling plan. 5
- (c) Obtain the value of AOQ for the double sampling plan $[900, 40, 50, 1, 3]$ for the proportion of defective $P^1 = 0.03$. 4
- 5 (a) State and prove Simpson's $\frac{3}{8}$ rule for numerical integration. 5
- (b) Evaluate $\int_4^{5.2} \log e^x dx$ using trapozodial rule. 5
- (c) Evaluate the value of $\int_0^1 \frac{1}{x} dx$ using Simpson's $\frac{1}{3}$ rule. 4

OR

- 5 (a) If X is $N(0, 2)$ variate and Y is chisquare variate with n degrees of freedom and if X and Y are independent then obtain the distribution of $\frac{X}{\sqrt{Y/n}}$. 5
- (b) Prove that t distribution is symmetric around 0. 5
- (c) If x_1, \dots, x_n are independent standard normal variates 4
- then obtain the distribution of $\sum_{i=1}^n Xi^2$.
-